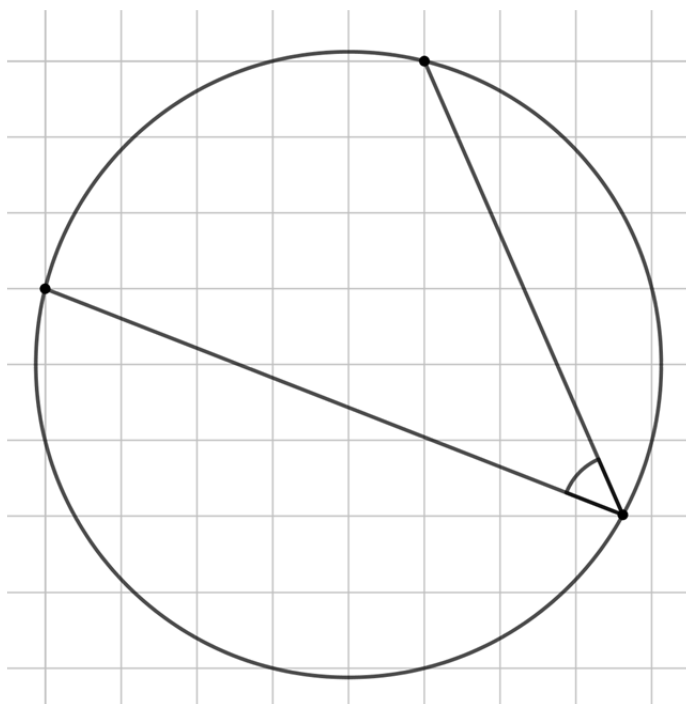


Вариант 12

- 1) Одного рулона обоев хватает для оклейки полосы от пола до потолка шириной 1,2 м. Сколько рулонов обоев нужно купить для оклейки многоугольной комнаты с периметром 555 м?
- 2) На диаграмме представлено наличие некоторого химического элемента в процентах от общемирового для указанных стран. На сколько процентов запасы Франции и США в сумме превосходят запасы России?



- 3 Найдите угол, изображенный на рисунке. Ответ дайте в градусах.



- 4 Вероятность того, что новый телефон в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,037. В городе Ж из 1000 проданных телефонов в течение года в гарантийную мастерскую поступили 40. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

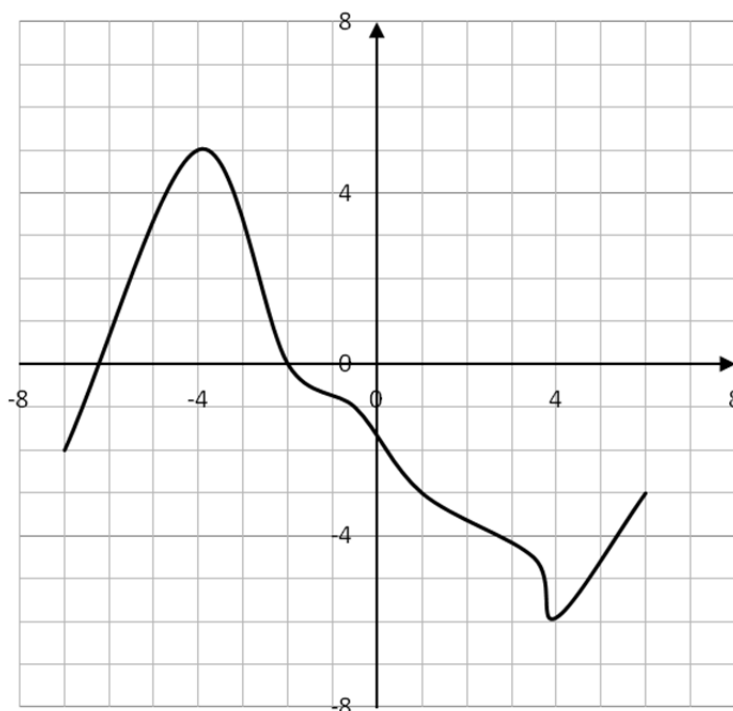
- 5 Решите уравнение

$$\arccos(34x^2 + 74x - 152) + \arccos(x^2 - 1) = \pi.$$

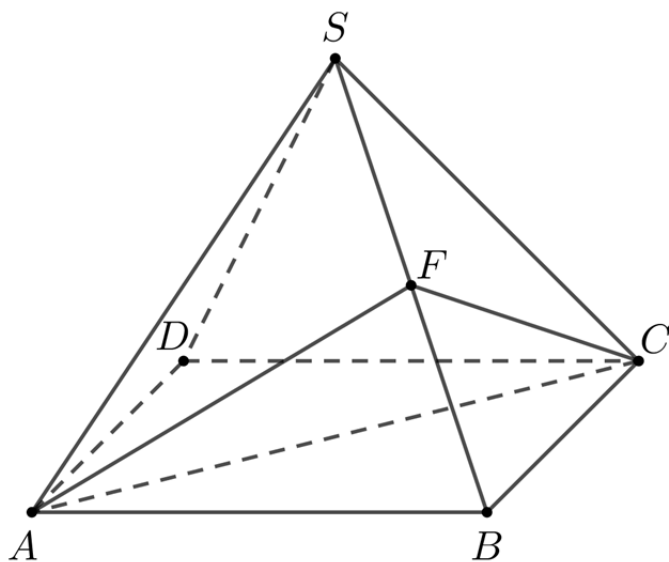
Если уравнение имеет более одного действительного корня, в ответе укажите 0.
Если уравнение имеет один действительный корень, укажите его в ответе, при необходимости округлив до 4 знаков после запятой.

- 6 Найдите наименьшую медиану треугольника со сторонами 5, 12 и 13.

- 7 На рисунке изображен график производной функции, определенной на интервале $(-7; 6)$. Пользуясь графиком, определите точку максимума функции.



- 8 Объем правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ равен 179, $SF = BF$. Найдите объем тела, ограниченного гранями SAD , SAF , SFC , SCD и ADC .



- 9 Вычислите

$$\log_2 \log_{81} \frac{417}{139}.$$

- 10 Водолазный колокол, содержащий $\nu = 3$ моль воздуха при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 в атмосферах. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, вычисляется по формуле

$$A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1},$$

где $\alpha = 14,9 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 13410 Дж. Ответ дайте в атмосферах.

- 11 Юноша, возвращаясь на велосипеде из отпуска, проехал 246 км и потратил на этот путь на один день больше половины числа дней, оставшихся после этого до конца отпуска. Теперь у юноши две возможности проехать остальные 276 км так, чтобы прибыть домой точно к сроку: проезжать ежедневно на h км больше, чем первоначально, или сохранить прежнюю норму ежедневного пути, превысив ее лишь один раз – в последний день пути – на $2h$ км. За сколько дней до конца отпуска отправился юноша домой, если известно, что искомое число дней – целое?

- 12 Найти наибольшее значение функции

$$f(x) = x^2 - 6x + 10 - 9\sqrt[3]{(x-3)^4} + 27\sqrt[3]{(x-3)^2}$$

на отрезке $[-5; 4]$.

- 13 а) Решите уравнение

$$\sqrt[4]{1 - \cos^{15} 3x \cos^2 5x} = \sin 5x.$$

б) Укажите корни, принадлежащие интервалу $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- 14 Двугранный угол при основании правильной треугольной пирамиды $SABC$ равен $\text{arctg } 3$. В каком отношении делит боковую сторону SB сфера, центр которой

лежит в плоскости основания, если известно, что вершины основания принадлежат сфере?

15) Решите неравенство

$$(9^x - 3^{x+2} + 14) \cdot \sqrt{4 - 2^x} \leq 0.$$

16) В трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 16$ и $BC = 10$ окружности, построенные на сторонах AB , BC и CD как на диаметрах, пересекаются в одной точке. Длина диагонали AC равна 10. Найдите длину BD .

17) 15 февраля планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- на 15-е число каждого с 1-го по 20-й месяц долг должен уменьшаться на 30 тысяч рублей;
- к 15-му числу 21-го месяца долг должен быть погашен полностью.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысячи рублей?

18) Определите, при каких значениях параметра a уравнение

$$a\sqrt{x+y} = \sqrt{3x} + 2\sqrt{y}$$

имеет единственное решение $(x; y)$.

19) На собрание пришло n человек ($n > 1$). Оказалось, что у любых двух из них есть среди собравшихся ровно два других общих знакомых.

- а) Докажите, что каждый из них знаком с одинаковым числом людей на этом собрании.
- б) Покажите, что n может быть больше 4.

Ответы

1. 463.

2. 1.

3. 45.

4. 0,003.

5. 1,2857.

6. 6,5.

7. -2.

8. 134,25.

9. -2.

10. 3.

11. 4.

12. 29.

13. а) $\frac{\pi}{10} + \frac{2\pi n}{5}$, $2\pi k$, $n, k \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{10}$, 0 , $\frac{\pi}{10}$, $\frac{\pi}{2}$.

14. 5:8.

15. $[\log_3 2; \log_3 7] \cup \{2\}$.

16. 24.

17. 1100 тыс. руб.

18. $(-\infty; \sqrt{3}] \cup (\sqrt{7}; +\infty)$.

19.