Тема: Логарифмические неравенства. Логарифмические неравенства с параметром.

ЕГЭ Профиль

Задание №15. Логарифмические неравенства

Решите неравенства:

№1. $\log_{3x}\frac{1}{27}\cdot\log_3 27x+9\geq 0$

№2. $\log_2 0,5x\geq\log_{16x}2\cdot\log_4 16x^4$

№3. $9\log_{12}\left(x^2-3x-4\right)\leq 10+\log_{12}\frac{(x+1)^9}{x-4}$

№4. $\log_{x+2}\frac{(x-1)^2}{x+5}\leq 0$

№5. $\log_{8-x}\frac{(x-8)^{10}}{x-1}\geq 10$

№6. $(20-11x)\cdot\log_{5x-9}\left(x^2-4x+5\right)\leq 0$

№7. $\log_{x+6}\frac{x^4}{x^2+12x+36}\leq 0$

№8. $\log_{x^2}(x+1)^2\leq 1$

№9. $\log_{6-x}\frac{-x}{x-6}\leq -1$

№10. $\frac{\log_x 2x^{-1}\cdot\log_x 2x^2}{\log_{2x}x\cdot\log_{2x^{-2}}x}<40$

№11. $\frac{2\log_9\left(x^2+4x\right)}{\log_9 x^2}\leq 1$

Задание №15. Логарифмические неравенства

Решите неравенства:

№1.

$$\log_{3x}\frac{1}{27}\cdot\log_3 27x+9\geq 0$$

Решение:

$$\log_{3x}\frac{1}{27}\cdot\log_3 27x+9\geq 0$$

$$\log_{3x}3^{-3}\cdot\log_3 27x+9\geq 0$$

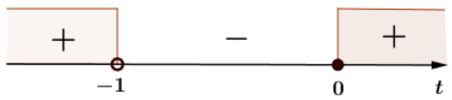
$$-3\cdot\log_{3x}3\cdot\log_3 27x+9\geq 0$$

$$\log_{3x}27x-3\leq 0$$

$$\frac{\log_3 27x}{\log_3 3x}-3\leq 0;\quad \frac{\log_3 27+\log_3 x}{\log_3 3+\log_3 x}-3\leq 0;$$

Пусть $t=\log_3 x$, тогда

$$\frac{3+t}{1+t}-3\leq 0;\quad \frac{-2t}{t+1}\leq 0;\quad \frac{t}{t+1}\geq 0;\quad \left[\begin{array}{l} t\geq 0\\ t<-1\end{array}\right.$$



$$\left[\begin{array}{l}\log_3 x\geq 0\\ \log_3 x<-1\end{array}\right.;\quad \left[\begin{array}{l}\log_3 x\geq \log_3 1\\ \log_3 x<\log_3 3^{-1}\end{array}\right.;\quad \left[\begin{array}{l} x\geq 1\\ 0<x<\frac{1}{3}\end{array}\right.$$

Ответ: $\left(0;\frac{1}{3}\right)\cup[1;\infty)$.

№2.

$$\log_2 0,5x\geq\log_{16x}2\cdot\log_4 16x^4$$

Решение:

$$\log_2\frac{x}{2}\geq\frac{1}{\log_2 16x}\cdot\log_{2^2}\left(4x^2\right)^2$$

$$\log_2 x-1\geq\frac{1}{4+\log_2 x}\cdot\log_2\left(4x^2\right)$$

$$\log_2 x-1\geq\frac{1}{4+\log_2 x}\cdot\left(\log_2 4+\log_2 x^2\right)$$

$$\log_2 x-1\geq\frac{1}{4+\log_2 x}\cdot\left(2+2\log_2 x\right)$$

Пусть $t=\log_2 x$, тогда $t-1\geq\frac{1}{t+4}\cdot(2+2t)$;

$$\frac{(t-1)(t+4)-2(t+1)}{t+4}\geq 0;$$

$$\frac{(t+3)(t-2)}{t+4}\geq 0;\quad \left[\begin{array}{l} t\geq 2\\ -4<t\leq -3\end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l}\log_2 x\geq 2\\ -4<\log_2 x\leq -3\end{array}\right.;\quad \left[\begin{array}{l}\log_2 x\geq\log_2 4\\ \log_2 2^{-4}<\log_2 x\leq\log_2 2^{-3}\end{array}\right.;$$

$$\left[\begin{array}{l} x\geq 4\\ \frac{1}{16}<x\leq\frac{1}{8}\end{array}\right.$$

Ответ: $\left(\frac{1}{16};\frac{1}{8}\right]\cup[4;\infty)$.

№3.

$$9\cdot\log_{12}\left(x^2-3x-4\right)\le 10+\log_{12}\frac{(x+1)^9}{x-4}$$

Решение:

$$9\log_{12}(x-4)(x+1)\le 10+\log_{12}\frac{(x+1)^9}{x-4}$$

$ОДЗ:\ (x-4)(x+1)>0,\ \underline{x\in(-\infty;-1)\cup(4;\infty)}$

$$\log_{12}(x-4)^9(x+1)^9-\log_{12}\frac{(x+1)^9}{x-4}\le 10$$

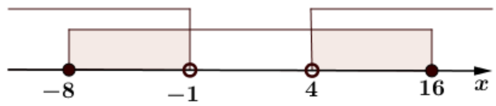
$$\log_{12}\frac{(x-4)^9(x+1)^9(x-4)}{(x+1)^9}\le 10$$

$$\log_{12}(x-4)^{10}\le 10;\quad 10\cdot\log_{12}|x-4|\le 10;$$

$$\log_{12}|x-4|\le 1;\quad \log_{12}|x-4|\le\log_{12}12;$$

$$0<|x-4|\le 12;\quad \begin{cases}|x-4|\le 12\\ 0<|x-4|\end{cases};\quad \begin{cases}-12\le x-4\le 12\\ x-4\ne 0\end{cases};$$

$\begin{cases}-8\le x\le 16\\ x\ne 4\end{cases}$ и с учетом ОДЗ $\left[\begin{array}{l}x<-1\\ x>4\end{array}\right.$ получим



Ответ: $[-8;-1)\cup(4;16]$.

№4.

$$\log_{x+2}\frac{(x-1)^2}{x+5}\le 0$$

Решение:

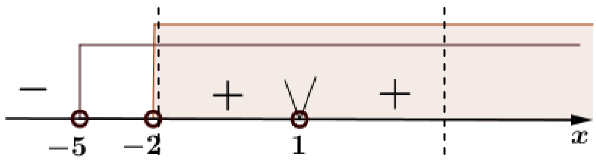
$$\log_{x+2}\frac{(x-1)^2}{x+5}\le 0;\quad \frac{\lg\frac{(x-1)^2}{x+5}-\lg 1}{\lg(x+2)-\lg 1}\le 0$$

$$\frac{\frac{(x-1)^2}{x+5}-1}{(x+2)-1}\le 0\qquad \text{ОДЗ: }\begin{cases}\frac{(x-1)^2}{x+5}>0\\ x+2>0\end{cases}$$

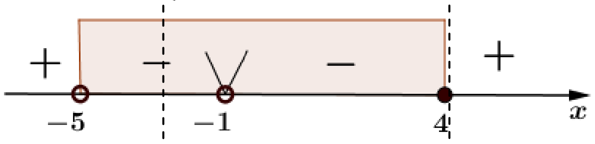
$$\frac{(x-1)^2-(x+5)}{(x+5)(x+1)}\le 0;\quad \frac{x^2-3x-4}{(x+5)(x+1)}\le 0;$$

$$\frac{(x-4)(x+1)}{(x+5)(x+1)}\le 0;\quad \begin{cases}\frac{x-4}{x+5}\le 0\\ x\ne -1\end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases}\frac{(x-1)^2}{x+5}>0\\ x>-2\end{cases}$



Неравенство: $\begin{cases}\frac{x-4}{x+5}\le 0\\ x\ne -1\end{cases}$



В пересечении

Ответ: $(-2;-1)\cup(-1;1)\cup(1;4]$.

№5.

$$\log_{8-x}\frac{(x-8)^{10}}{x-1}\ge 10$$

Решение:

$$\log_{8-x}\frac{(8-x)^{10}}{x-1}\ge 10$$

$$\log_{8-x}(8-x)^{10}-\log_{8-x}(x-1)\ge 10$$

$$10-\log_{8-x}(x-1)\ge 10;\quad \log_{8-x}(x-1)\le 0;$$

$$\frac{\lg(x-1)-\lg 1}{\lg(8-x)-\lg 1}\le 0;\quad \frac{(x-1)-1}{(8-x)-1}\le 0;\quad \frac{x-2}{x-7}\ge 0$$

ОДЗ: $\begin{cases} 8-x>0 \\ 8-x\ne 1 \\ \dfrac{(x-8)^{10}}{x-1}>0 \end{cases};\quad \begin{cases} x<8 \\ x\ne 7 \\ x-1>0 \end{cases}$

$$1<x<7;\quad 7<x<8$$

Неравенство: $\dfrac{x-2}{x-7}\ge 0$.

Ответ: $(1;2]\cup(7;8)$.

№6.

$$(20-11x)\cdot\log_{5x-9}\left(x^2-4x+5\right)\le 0$$

Решение:

$$(20-11x)\cdot\log_{5x-9}\left(x^2-4x+5\right)\le 0$$

$$(11x-20)\cdot\frac{\lg\left(x^2-4x+5\right)-\lg 1}{\lg(5x-9)-\lg 1}\ge 0$$

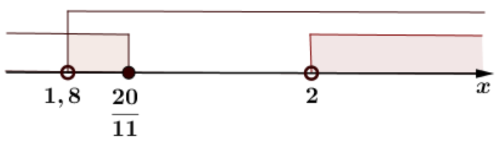
$$\frac{(11x-20)\cdot\left(x^2-4x+5-1\right)}{5x-9-1}\ge 0$$

$$\frac{(11x-20)\cdot\left(x^2-4x+4\right)}{5x-10}\ge 0$$

$$\frac{(11x-20)(x-2)^2}{x-2}\ge 0;\quad \begin{cases}(11x-20)(x-2)\ge 0\\ x\ne 2\end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x^2-4x+5>0 \\ 5x-9>0 \end{cases};\quad \begin{cases} (x-2)^2+1>0 \\ x>1{,}8 \end{cases};\quad x>1{,}8$

Неравенство: $\begin{cases}(11x-20)(x-2)\ge 0\\ x\ne 2\end{cases}$.



Ответ: $\left(1{,}8;\dfrac{20}{11}\right]\cup(2;\infty)$.

№7.

$$\log_{x+6}\frac{x^4}{x^2+12x+36}\le 0$$

Решение:

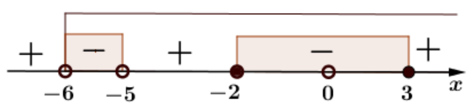
$$\log_{x+6}\frac{x^4}{(x+6)^2}\le 0;\quad \log_{x+6}\left(\frac{x^2}{x+6}\right)^2\le 0;$$

$$\log_{x+6}\frac{x^2}{x+6}\le 0;\quad \frac{\lg\dfrac{x^2}{x+6}-\lg 1}{\lg(x+6)-\lg 1}\le 0;$$

$$\frac{\dfrac{x^2}{x+6}-1}{x+6-1}\le 0;\quad \frac{x^2-x-6}{(x+6)(x+5)}\le 0$$

ОДЗ: $\begin{cases} \dfrac{x^4}{(x+6)^2}>0 \\ x+6>0,\ x+6\ne 1 \end{cases};\quad \begin{cases} x\ne 0 \\ x\ne -5 \\ x>-6 \end{cases}$

Неравенство: $\dfrac{(x+2)(x-3)}{(x+6)(x+5)}\le 0$.



Ответ: $(-6;-5)\cup[-2;0)\cup(0;3]$.

№8.

$$\log_{x^2}(x+1)^2 \le 1$$

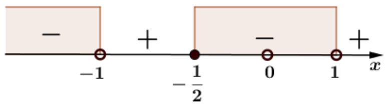
Решение:

$$\log_{x^2}(x+1)^2 \le 1;\quad \frac{\lg(x+1)^2}{\lg x^2} - 1 \le 0;$$

$$\frac{\lg(x+1)^2 - \lg x^2}{\lg x^2 - \lg 1} \le 0;\quad \begin{cases} \dfrac{(x+1)^2 - x^2}{x^2-1} \le 0 \\ (x+1)^2 > 0,\ x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\frac{(x+1-x)(x+1+x)}{(x-1)(x+1)} \le 0,\quad x \ne -1,\ x \ne 0$$

$$\frac{2x+1}{(x-1)(x+1)} \le 0,\quad x \ne 0$$



Ответ: $(-\infty;-1) \cup \left[-\dfrac{1}{2};0\right) \cup (0;1)$.

№9.

$$\log_{6-x}\frac{-x}{x-6} \le -1$$

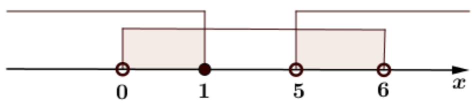
Решение:

$$\log_{6-x}\frac{x}{6-x} \le -1;$$

$$\log_{6-x} x - 1 \le -1;\quad \log_{6-x} x \le 0;$$

$$\frac{\lg x - \lg 1}{\lg(6-x) - \lg 1} \le 0;\quad \frac{x-1}{6-x-1} \le 0;\quad \frac{x-1}{x-5} \ge 0$$

ОДЗ: $\begin{cases} 6-x>0 \\ 6-x \ne 1 \\ \dfrac{x}{6-x} > 0 \end{cases};\quad \begin{cases} x<6 \\ x \ne 5; \\ x>0 \end{cases}\quad x \in (0;5) \cup (5;6)$.



Ответ: $(0;1] \cup (5;6)$.

№11.

$$\frac{2\log_9(x^2+4x)}{\log_9 x^2} \le 1$$

Решение:

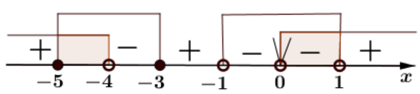
$$\frac{2\log_9(x^2+4x)}{\log_9 x^2} - 1 \le 0;\quad \frac{\log_9(x^2+4x)^2 - \log_9 x^2}{\log_9 x^2 - \log_9 1} \le 0;$$

$$\frac{(x^2+4x)^2 - x^2}{x^2-1} \le 0;\quad \frac{(x^2+4x-x)(x^2+4x+x)}{(x-1)(x+1)} \le 0$$

$$\frac{x^2(x+3)(x+5)}{(x-1)(x+1)} \le 0$$

ОДЗ:

$\begin{cases} x^2+4x>0 \\ x^2>0 \end{cases};\quad \begin{cases} x(x+4)>0 \\ x \ne 0 \end{cases};\quad x \in (-\infty;-4) \cup (0;\infty)$



Ответ: $[-5;-4) \cup (0;1)$.

10. $$\frac{\log_x 2x^{-1}\cdot\log_x 2x^2}{\log_{2x} x\cdot\log_{2x^{-2}} x}<40$$

Решение:

ОДЗ: $\begin{cases} x>0\\ x\neq 1\\ 2x\neq 1\\ 2x^{-2}\neq 1\end{cases}$; $\begin{cases} x>0\\ x\neq 1\\ x\neq \frac{1}{2}\\ x\neq\sqrt{2}\\ x\neq -\sqrt{2}\end{cases}$; $x\in\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};1\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};\infty\right)$

$$\log_x 2x^{-1}\cdot\log_x 2x^2\cdot\log_x 2x\cdot\log_x 2x^{-2}<40$$

$$\left(\log_x 2+\log_x x^{-1}\right)\cdot\left(\log_x 2+\log_x x^2\right)\cdot\left(\log_x 2+\log_x x\right)\cdot\left(\log_x 2+\log_x x^{-2}\right)<40$$

Пусть $t=\log_x 2$, тогда

$$(t-1)(t+2)(t+1)(t-2)<40$$

$$\left(t^2-1\right)\left(t^2-4\right)-40<0$$

$$t^4-5t^2-36<0$$

$$\left(t^2-9\right)\left(t^2+4\right)<0$$

$$t^2-9<0;\quad (t-3)(t+3)<0$$

$$\left(\log_x 2-3\right)\left(\log_x 2+3\right)<0;$$

$$\left(\frac{\lg 2}{\lg x}-3\right)\left(\frac{\lg 2}{\lg x}+3\right)<0$$

$$\frac{\lg 2-3\lg x}{\lg x}\cdot\frac{\lg 2+3\lg x}{\lg x}<0;$$

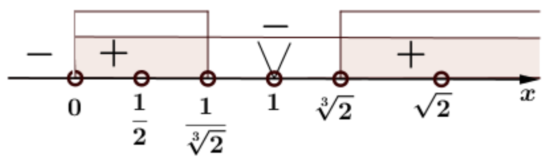
$$\frac{\lg 2-\lg x^3}{\lg x-\lg 1}\cdot\frac{\lg 2-\lg x^{-3}}{\lg x-\lg 1}<0;$$

$$\frac{2-x^3}{x-1}\cdot\frac{2-x^{-3}}{x-1}<0;\quad \frac{\left(x^3-2\right)\cdot\left(2x^3-1\right)}{x^3\cdot(x-1)^2}>0;$$

$$\frac{\left(x-\sqrt[3]{2}\right)\left(x-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)}{x^3\cdot(x-1)^2}>0$$

С учетом ОДЗ, что $x\in\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};1\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};\infty\right)$,

получим:



Ответ: $\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right)\cup\left(\sqrt[3]{2};\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2};\infty\right)$.

Задание №18. Логарифмические неравенства с параметром

№12. **Найти все значения параметра а, при которых неравенство $\log_{1+a^2}\left(x^2-2(5a-2)x+24a^2-15a+1\right)>0$ выполняется при любых x.**

Решение:

$$\log_{1+a^2}\left(x^2-2(5a-2)x+24a^2-15a+1\right)>0$$
$$\log_{1+a^2}\left(x^2-2(5a-2)x+24a^2-15a+1\right)>\log_{1+a^2}1,$$

т.к. $a^2\ge 0,\ a^2+1\ge 1$ и учитывая, что $a^2+1\ne 1$ как основание логарифма, получим, что $a^2+1>1$ при $a\ne 0$.

$$x^2-2(5a-2)x+24a^2-15a+1>1.$$

Ограничение, что подлогарифмическое выражение должно быть положительным, выполняется.

$$x^2-2(5a-2)x+24a^2-15a>0$$

Найдем дискриминант квадратного трехчлена $f(x)=x^2-2(5a-2)x+24a^2-15a$.

$$D/4=(5a-2)^2-\left(24a^2-15a\right)=25a^2-20a+4-24a^2+15a=a^2-5a+4.$$

Неравенство $f(x)>0$ будет верно при всех x, если $D<0$.

$$a^2-5a+4<0,\quad (a-1)(a-4)<0,\quad 1<a<4.$$

Ответ: $(1;4)$.

№13. **При каких значениях параметра а неравенство $\log_{\frac{2a-15}{5}}\dfrac{\sin x+\sqrt{3}\cos x+a-5}{5}\ge 0$ выполняется для любых действительных значений x?**

Решение: Методом введения дополнительного угла, свернем выражение из числителя:

$$\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)=2\left(\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos x\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right).$$

$$\log_{\frac{2a-15}{5}}\frac{2\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)+a-5}{5}\ge\log_{\frac{2a-15}{5}}1$$

$$\begin{cases}0<\dfrac{2a-15}{5}<1\\ 0<\dfrac{2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+a-5}{5}\le 1\end{cases}\qquad\qquad \begin{cases}\dfrac{2a-15}{5}>1\\ \dfrac{2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+a-5}{5}\ge 1\end{cases}$$

$$\begin{cases}7{,}5<a<10\\ \dfrac{-a+5}{2}<\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\le\dfrac{-a+10}{2}\end{cases}\qquad\qquad \begin{cases}a>10\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\ge\dfrac{-a+10}{2}\end{cases}$$

$$\begin{cases}7{,}5<a<10\\ \dfrac{-a+5}{2}<-1\Leftrightarrow 7{,}5<a\le 8\\ \dfrac{-a+10}{2}\ge 1\end{cases}\qquad\qquad \begin{cases}a>10\\ \dfrac{-a+10}{2}\le -1\end{cases}\Leftrightarrow a\ge 12$$

Ответ: $(7{,}5;8]\cup[12;\infty)$.

№14. Найти все значения параметра a, при которых неравенство $4\left(a^2-3a+2\right)\cdot\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+0,5\left(1-\cos 2x+2\cos^2 x\right)\right)\geq 3$ имеет решения. Найдите эти решения.

Решение:

$$\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+0,5\left(1-\cos 2x+2\cos^2 x\right)\right)=\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+0,5\left(2\sin^2 x+2\cos^2 x\right)\right)=$$

$$=\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+1\right)$$

Оценим значение выражения $\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+1\right)$.

Исходя из ограниченности тригонометрической функции , имеем $1\leq 2\sin^2\pi ax+1\leq 3$, при этом выполняется ограничения на значение подлогарифмического выражения. Учтем, что левая часть неравенства не может равняться нулю, тогда после логарифмирования двойного неравенства по основанию $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$, получим

$$\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}1>\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+1\right)\geq\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}3,$$

$$-3\leq\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+1\right)<0.$$

Чтобы произведение, стоящее слева в неравенстве, было положительным, необходимо, чтобы $f(a)=4\left(a^2-3a+2\right)<0$. Найдем координаты вершины параболы $f(a)$:

$a_в=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2},\ f\left(a_в\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=4\left(\frac{9}{4}-\frac{9}{2}+2\right)=-1$, тогда $-1\leq f(a)<0$.

$$\begin{cases}-3\leq\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+1\right)<0\\ -1\leq f(a)<0\end{cases},\quad 0<4\left(a^2-3a+2\right)\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+1\right)\leq 3.$$

Исходя из условия, получим, что неравенство будет иметь решения, если $4\left(a^2-3a+2\right)\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+1\right)=3$ и равенство достигается только тогда, когда

$$\begin{cases}4\left(a^2-3a+2\right)=-1\\ \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}\left(2\sin^2\pi ax+1\right)=-3\end{cases},\quad \begin{cases}a=\frac{3}{2}\\ \sin^2\frac{3\pi x}{2}=1\end{cases},\quad \cos\frac{3\pi x}{2}=0,\quad \frac{3\pi x}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi k,\quad x=\frac{2k+1}{3},\ k\in\mathbb{Z}$$

Ответ: $a=\frac{3}{2},\ x=\frac{2k+1}{3},\ k\in\mathbb{Z}$.

Тест Задание №15. Логарифмические неравенства

Решите неравенства:

№1. $\log_{2x} 0,25 \le \log_2 32x - 1$ *Ответ:* $\left[\frac{1}{8};\frac{1}{4}\right] \cup \left(\frac{1}{2};\infty\right)$.

№2. $\log_{0,01} 10x \cdot \log_{100x} 10 + \frac{1}{4} \le 0$ *Ответ:* $(0;0,01) \cup [1;\infty)$.

№3. $11 \cdot \log_{11}\left(x^2 + x - 20\right) \le 12 + \log_{11}\frac{(x+5)^{11}}{x-4}$ *Ответ:* $[-7;-5) \cup (4;15]$.

№4. $\log_{0,25x^2}\left(\frac{6-x}{4}\right) \le 1$ *Ответ:* $(-\infty;-3] \cup (-2;0) \cup (0;2) \cup (2;6)$.

№5. $\log_{3-x}\frac{(x-3)^4}{x} \ge 4$ *Ответ:* $(0;1] \cup (2;3)$.

№6. $(2-3x) \cdot \log_{2x-1}\left(x^2 - 2x + 2\right) \le 0$ *Ответ:* $\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right] \cup (1;\infty)$.

№7. $\log_{x^2}(x-1)^2 \le 1$ *Ответ:* $(-1;0) \cup \left(0;\frac{1}{2}\right] \cup (1;\infty)$.

№8. $\log_{2-x}\frac{-1-x}{x-2} \le -1$ *Ответ:* $(-1;0] \cup (1;2)$.

№9. $\frac{2\log_5\left(x^2 - 5x\right)}{\log_5 x^2} \le 1$ *Ответ:* $(-1;0) \cup (5;6]$.

Задание №18. Логарифмические неравенства с параметром

№10. Найти все значения параметра а, при которых неравенство
$\log_{1+a^2}\left(x^2 - 2(4a-5)x + 15a^2 - 28a - 6\right) > 0$ выполняется при любых x. *Ответ:* $(4;8)$.

№11. При каких значениях параметра a неравенство $\log_{\frac{-2a-11}{5}}\frac{\sqrt{3}\sin x + \cos x - a - 3}{5} \ge 0$ выполняется для любых действительных значений x?

Ответ: $(-\infty;-10] \cup [-6;-5,5)$.

№12. Найти все значения параметра a, при которых неравенство
$\left(a^2 - 4a + 3\right)\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left(\cos^2 \pi ax + \cos x + 2\sin^2\frac{x}{2}\right) \ge 2$ имеет решения. Найдите эти решения.

Ответ: $a = 2,\ x = \frac{k}{2},\ k \in \mathbb{Z}$.