Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №3»

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛОГИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ОТОБРАЖЕНИЯ.

Автор: Дороничева В.И., учитель информатики высшей КК МОУ «Средняя школа №3»

г. Луга

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛОГИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ОТОБРАЖЕНИЯ

По мнению составителей ЕГЭ, задание на решение системы логических уравнений (№23) остается одним из самых сложных, относится к высокому уровню сложности, хотя за него дают 1 балл. Это задание незаслуженно находится в первой части, так как оно не только проверяет знание логических операций, но и учит рассуждать, строить логические цепочки. При оценке ответа нет возможности квалифицировать ошибку, так как ответ, как и логическое высказывание, бывает либо истинным, либо ложным. А поводов дать неверный в этом случае ответ много: можно написать наугад, а можно решить все от от начала до конца, проделать все логические преобразования, выстроить верную цепочку рассуждений и в последнем действии допустить арифметическую ошибку.

Рассмотрим решение некоторых систем.

1) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} \overline{x_1} \vee x_2 = 1 \\ \overline{x_2} \vee x_3 = 1 \\ \ldots\ldots\ldots \\ \overline{x_9} \vee x_{10} = 1 \end{cases}$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:

x_1	x_2	$\overline{x_1}$	$\overline{x_1} \vee x_2$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

Вычеркнем строку, выделенную красным цветом, и составим отображение:

X_1	X_2	
0	0	0
1	1	0+1

Составляем таблицу решений

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Всего решений 1+10=11.

Ответ: 11

2) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} x_1 \vee x_2 \wedge x_3 = 1 \\ x_2 \vee x_3 \wedge x_4 = 1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_8 \vee x_9 \wedge x_{10} = 1 \end{cases}$$

Так как уравнения однотипные, составим таблицу истинности для первого уравнения:

x_1	x_2	x_3	$x_2 \wedge x_3$	$x_1 \vee x_2 \wedge x_3$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом, и составим отображение:

X_1X_2	X_2X_3	
00	00	10
01	01	10
10	10	11
11	11	01+11

Составляем таблицу решений

	$x_1 x_2$	$x_2 x_3$	$x_3 x_4$	$x_4 x_5$	$x_5 x_6$	$x_6 x_7$	$x_7 x_8$	$x_8 x_9$	$x_9 x_{10}$
00	1	1	1	2	3	4	6	9	13
01	1	1	1	2	3	4	6	9	13
10	1	1	2	3	4	6	9	13	19
11	1	2	3	4	6	9	13	19	28

Всего решений 13+13+19+28=73

Ответ: 73

3) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x_1 \equiv x_2) \vee (x_2 \equiv x_3) = 1 \\ (x_2 \equiv x_3) \vee (x_3 \equiv x_4) = 1 \\ \ldots\ldots\ldots \\ (x_8 \equiv x_9) \vee (x_9 \equiv x_{10}) = 1 \end{cases}$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:

x_1	x_2	x_3	$x_1 \equiv x_2$	$x_2 \equiv x_3$	$(x_1 \equiv x_2)+(x_2 \equiv x_3)$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом, и составим отображение:

X_1X_2	X_2X_3	
00	00	00+10
01	01	00
10	10	11
11	11	01+11

Составляем таблицу решений

	$x_1 x_2$	$x_2 x_3$	$x_3 x_4$	$x_4 x_5$	$x_5 x_6$	$x_6 x_7$	$x_7 x_8$	$x_8 x_9$	$x_9 x_{10}$
00	1	2	3	5	8	13	21	34	55
01	1	1	2	3	5	8	13	21	34
10	1	1	2	3	5	8	13	21	34
11	1	3	3	5	8	13	21	34	55

Всего решений 55+34+34+55=178

Ответ: 178

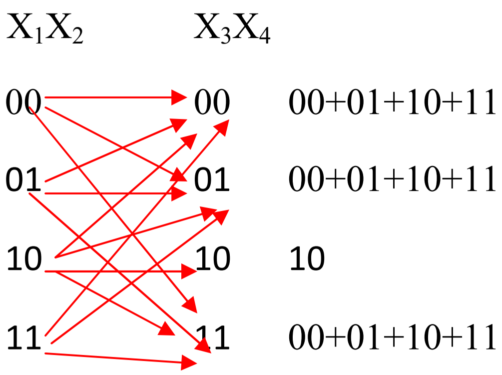
4)Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4) = 1 \\ (x_3 \to x_4) \to (x_5 \to x_6) = 1 \\ (x_5 \to x_6) \to (x_7 \to x_8) = 1 \end{cases}$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:

x_1	x_2	x_3	x_4	$x_1 \to x_2$	$x_3 \to x_4$	$(x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4)$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом, и составим отображение:



	$x_1 x_2$	$x_3 x_4$	$x_5 x_6$	$x_7 x_8$
00	1	4	13	40
01	1	4	13	40
10	1	1	1	1
11	1	4	13	40

Всего решений 40+40+1+40=121

Ответ:121

5) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x_1 \equiv x_2) \to (x_2 \equiv x_3) = 1 \\ (x_2 \equiv x_3) \to (x_3 \equiv x_4) = 1 \\ \dots\dots\dots \\ (x_6 \equiv x_7) \to (x_7 \equiv x_8) = 1 \end{cases}$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:

x_1	x_2	x_3	$x_1 \equiv x_2$	$x_2 \equiv x_3$	$(x_1 \equiv x_2) \to (x_2 \equiv x_3)$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом, и составим отображение:

X_1X_2	X_2X_3	
00	00	00+10
01	01	10
10	10	01
11	11	01+11

Составляем таблицу решений

	$x_1\,x_2$	$x_2\,x_3$	$x_3\,x_4$	$x_4\,x_5$	$x_5\,x_6$	$x_6\,x_7$	$x_7\,x_8$
00	1	2	3	4	5	6	7
01	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1
11	1	2	3	4	5	6	7

Всего решений 7+1+1+7=16

Ответ:16

6) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

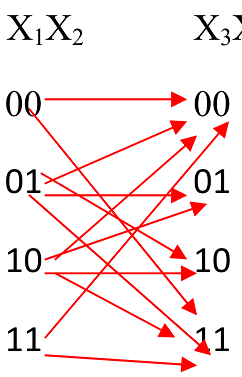
$$\begin{cases} \overline{(x_1 \equiv x_2)} \vee (x_3 \equiv x_4) = 1 \\ \overline{(x_3 \equiv x_4)} \vee (x_5 \equiv x_6) = 1 \\ \overline{(x_5 \equiv x_6)} \vee (x_7 \equiv x_8) = 1 \\ \overline{(x_7 \equiv x_8)} \vee (x_9 \equiv x_{10}) = 1 \end{cases}$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:

x_1	x_2	x_3	x_4	$x_1 \equiv x_2$	$\overline{(x_1 \equiv x_2)}$	$x_3 \equiv x_4$	$(x_1 \to x_2) \vee (x_3 \to x_4)$
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1

1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	0	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом, и составим отображение:



00+01+10+11

01+10

01+10

00+01+10+11

Составляем таблицу решений

	x_1x_2	x_3x_4	x_5x_6	x_7x_8	x_9x_{10}
00	1	4	12	32	80
01	1	2	4	8	16
10	1	2	4	8	16
11	1	4	12	32	80

Всего решений 80+16+16+80=192

Ответ:192

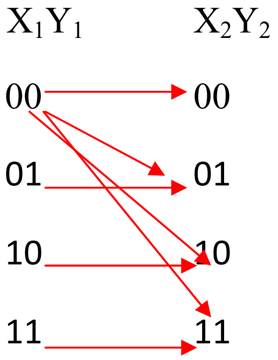
7) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} \left(\overline{(x_1 \equiv y_1)} \to \overline{(x_2 \equiv y_2)}\right) \wedge (x_1 \to x_2) \wedge (y_1 \to y_2) = 1 \\ \left(\overline{(x_2 \equiv y_2)} \to \overline{(x_3 \equiv y_3)}\right) \wedge (x_2 \to x_3) \wedge (y_2 \to y_3) = 1 \\ \dots\dots\dots\dots \\ \left(\overline{(x_8 \equiv y_8)} \to \overline{(x_9 \equiv y_9)}\right) \wedge (x_8 \to x_9) \wedge (y_8 \to y_9) = 1 \end{cases}$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \equiv y_1$	$\overline{(x_1 \equiv y_1)}$ *	$x_2 \equiv y_2$	$\overline{(x_2 \equiv y_2)}$ **	$* \to **$	$(x_1 \to x_2)$	$(y_1 \to y_2)$	Итог
0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом, и составим отображение:



00

00+01

00+10

00+11

Составляем таблицу решений

	$x_1 y_1$	$x_2 y_2$	$x_3 y_3$	$x_4 y_4$	$x_5 y_5$	$x_6 y_6$	$x_7 y_7$	$x_8 y_8$	$x_9 y_9$
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Всего решений 1+9+9+9=28

Ответ: 28

8) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} \overline{x_1} \wedge x_2 \vee y_1 \wedge \overline{y_2} \vee \overline{x_1} \wedge \overline{y_1} = 0 \\ \overline{x_2} \wedge x_3 \vee y_2 \wedge \overline{y_3} \vee \overline{x_2} \wedge \overline{y_2} = 0 \\ \ldots\ldots \\ \overline{x_5} \wedge x_6 \vee y_5 \wedge \overline{y_6} \vee \overline{x_5} \wedge \overline{y_5} = 0 \\ \overline{x_6} \wedge x_7 \vee y_6 \wedge \overline{y_7} \vee \overline{x_6} \wedge \overline{y_6} = 0 \\ \overline{x_7} \wedge \overline{y_7} = 0 \end{cases}$$

Так как все уравнения однотипные, кроме последнего, будем рассматривать без него.

x_1	y_1	x_2	y_2	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	$\overline{y_1}$	$\overline{y_2}$	$\overline{x_1} \wedge x_2$	$y_1 \wedge \overline{y_2}$	$\overline{x_1} \wedge \overline{y_1}$	$\overline{x_1} \wedge x_2 \vee y_1 \wedge \overline{y_2} \vee \overline{x_2} \wedge \overline{y_2}$
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

После преобразования получается следующая таблица

x_1	y_1	x_2	y_2	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	$\overline{y_1}$	$\overline{y_2}$	$\overline{x_1} \wedge x_2$	$y_1 \wedge \overline{y_2}$	$\overline{x_1} \wedge \overline{y_1}$	$\overline{x_1} \wedge x_2 \vee y_1 \wedge \overline{y_2} \vee \overline{x_2} \wedge \overline{y_2}$
0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Строим отображение:

X_1Y_1	X_2Y_2	
00	00	10
01	01	01+10+11
10	10	10
11	11	10+11

Все пары $X_1У_1$=00 были исключены в первой таблице истинности, поэтому в столбце $X_1У_1$ количество таких пар как 00 равно 0.

	x_1y_1	x_2y_2	x_3y_3	x_4y_4	x_5y_5	x_6y_6	x_7y_7
00	**0**	1	1	1	1	1	1
01	1	3	6	10	15	21	28
10	1	1	1	1	1	1	1
11	1	2	3	4	5	6	7

Если бы в системе не было последнего уравнения $\overline{x_7} \wedge \overline{y_7} = 0$, то такая система имела бы 1+28+1+7=37 решений. Но последнее уравнение не выполняется, если x_1=0 и y_1=0. Следовательно, исключаем количество решений для пары 00, то есть количество решений в первой строке. Таким образом, 37-1=36 решений.

Ответ: 36.

9) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4) = 1 \\ (x_3 \to x_4) \to (x_5 \to x_6) = 1 \\ (x_5 \to x_6) \to (x_7 \to x_8) = 1 \\ (x_7 \to x_8) \to (x_9 \to x_{10}) = 1 \\ x_1 \wedge x_3 \wedge x_5 \wedge x_7 \wedge x_9 = 1 \end{cases}$$

Составим таблицу истинности для первого уравнения:

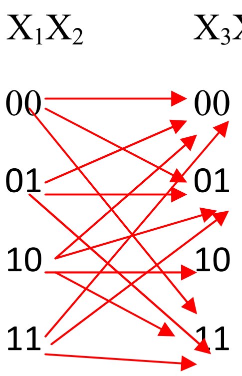
x_1	x_2	x_3	x_4	$x_1 \to x_2$	$x_3 \to x_4$	$(x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4)$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1

1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом. Получим таблицу:

x_1	x_2	x_3	x_4	$x_1 \to x_2$	$x_3 \to x_4$	$(x_1 \to x_2) \to (x_3 \to x_4)$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Составим отображение:



00+01+10+11

00+01+10+11

10

00+01+10+11

	$x_1 x_2$	$x_3 x_4$	$x_5 x_6$	$x_7 x_8$	$x_9 x_{10}$
00	1	4	13	40	121
01	1	4	13	40	121
10	1	1	1	1	1
11	1	4	13	40	121

Последнее уравнение $x_1 \wedge x_3 \wedge x_5 \wedge x_7 \wedge x_9 = 1$ влияет на количество решений всей системы, следовательно, $x_1=1, x_3=1, x_5=1, x_7=1, x_9=1$.

Поэтому меняется полностью вся таблица

	$x_1 x_2$	$x_3 x_4$	$x_5 x_6$	$x_7 x_8$	$x_9 x_{10}$
00	0	0	0	0	0
01	0	0	0	0	0
10	1	1	1	1	1
11	1	2	3	4	5

Всего 1+5=6 решений.

Ответ: 6

10) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases}
(x_1 \vee y_1) \wedge ((\overline{x_1} \vee \overline{y_1}) \to (\overline{x_2} \vee \overline{y_2})) = 1 \\
(x_2 \vee y_2) \wedge ((\overline{x_2} \vee \overline{y_2}) \to (\overline{x_3} \vee \overline{y_3})) = 1 \\
(x_3 \vee y_3) \wedge ((\overline{x_3} \vee \overline{y_3}) \to (\overline{x_4} \vee \overline{y_4})) = 1 \\
(x_4 \vee y_4) \wedge ((\overline{x_4} \vee \overline{y_4}) \to (\overline{x_5} \vee \overline{y_5})) = 1 \\
(x_5 \vee y_5) \wedge ((\overline{x_5} \vee \overline{y_5}) \to (\overline{x_6} \vee \overline{y_6})) = 1 \\
(x_6 \vee y_6) \wedge ((\overline{x_6} \vee \overline{y_6}) \to (\overline{x_7} \vee \overline{y_7})) = 1 \\
(x_7 \vee y_7) \wedge ((\overline{x_7} \vee \overline{y_7}) \to (\overline{x_8} \vee \overline{y_8})) = 1 \\
x_8 \vee y_8 = 1
\end{cases}$$

В данной системе все уравнения, кроме последнего однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Построим таблицу истинности для первого уравнения

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \vee y_1$	$\overline{x_1} \vee \overline{y_1}$	$\overline{x_2} \vee \overline{y_2}$	$(\overline{x_1} \vee \overline{y_1}) \to (\overline{x_2} \vee \overline{y_2})$	$(x_1 \vee y_1) \wedge ((\overline{x_1} \vee \overline{y_1}) \to (\overline{x_2} \vee \overline{y_2}))$
0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1

0	1	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_1 \vee y_1$	$\overline{x_1} \vee \overline{y_1}$	$\overline{x_2} \vee \overline{y_2}$	$(\overline{x_1} \vee \overline{y_1}) \to (\overline{x_2} \vee \overline{y_2})$	$(x_1 \vee y_1) \wedge ((\overline{x_1} \vee \overline{y_1}) \to (\overline{x_2} \vee \overline{y_2}))$
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1	1

Строим отображение:

X_1Y_1	X_2Y_2	
00	00	01+10+11
01	01	01+10+11
10	10	01+10+11
11	11	11

Обратим внимание на то, что пары $X_1У_1$=00 нет в наборе, поэтому в первой строке и первом столбце значение будет равно 0.

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	x_1y_1	x_2y_2	x_3y_3	x_4y_4	x_5y_5	x_6y_6	x_7y_7	x_8y_8
00	**0**	3	7	15	31	63	127	255
01	1	3	7	15	31	63	127	255
10	1	3	7	15	31	63	127	255
11	1	1	1	1	1	1	1	1

Всего решений 255*3+1=766, но в системе присутствует последнее уравнение $x_8 \vee y_8 = 1$, которое исключает 255 решений пара $X_8У_8$=00. Таким образом, исходная система имеет 766-255=511 решений.

Ответ: 511.

11) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}) \vee (x_1 \equiv x_3) = 1 \\ (x_2 \wedge x_3) \vee (\overline{x_2} \wedge \overline{x_3}) \vee (x_2 \equiv x_4) = 1 \\ \ldots \\ (x_7 \wedge x_8) \vee (\overline{x_7} \wedge \overline{x_8}) \vee (x_7 \equiv x_9) = 1 \\ (x_8 \wedge x_9) \vee (\overline{x_8} \wedge \overline{x_9}) \vee (x_8 \equiv x_{10}) = 0 \end{cases}$$

Эта система интересна тем, что все уравнения однотипны по структуре, но последнее уравнение имеет значение не 1, как все предыдущие, а 0. Применяем метод отображений, для первого уравнения составляем таблицу истинности.

x_1	x_2	x_3	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	$x_1 \wedge x_2$	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}$	$x_1 \equiv x_3$	$(x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}) \vee (x_1 \equiv x_3)$
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом, и составим отображение:

x_1	x_2	x_3	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	$x_1 \wedge x_2$	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}$	$x_1 \equiv x_3$	$(x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}) \vee (x_1 \equiv x_3)$
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	1	0	1	1

X_1X_2	X_2X_3	
00	00	00
01	01	00+10
10	10	01+11
11	11	11

Составляем таблицу решений для каждой пары, кроме X_9X_{10}. Для них зависимость будет другая, так как значение последнего уравнения равно 0.

	x_1x_2	x_2x_3	x_3x_4	x_4x_5	x_5x_6	x_6x_7	x_7x_8	x_8x_9
00	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	4	5	6	7	8
10	1	2	3	4	5	6	7	8
11	1	1	1	1	1	1	1	1

Так как последнее уравнение равно 0, то из первой таблицы истинности нужно оставить только 2 строки.

x_1	x_2	x_3	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	$x_1 \wedge x_2$	$\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}$	$x_1 \equiv x_3$	$(x_1 \wedge x_2) \vee (\overline{x_1} \wedge \overline{x_2}) \vee (x_1 \equiv x_3)$
0	1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0

Составим отображение:

X_1X_2	X_2X_3	
00	00	10
01	01	-
10	10	-
11	11	01

Тогда получим такой последний столбец таблицы количества решений:

	x_1x_2	x_2x_3	x_3x_4	x_4x_5	x_5x_6	x_6x_7	x_7x_8	x_8x_9	x_9x_{10}
00	1	1	1	1	1	1	1	1	8
01	1	2	3	4	5	6	7	8	0
10	1	2	3	4	5	6	7	8	0
11	1	1	1	1	1	1	1	1	8

Всего решений 8+8=16

Ответ:16

12) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x_1 \equiv \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \equiv x_3) = 0 \\ (x_2 \equiv \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_2} \equiv x_4) = 0 \\ \dots \\ (x_7 \equiv \overline{x_8}) \wedge (\overline{x_7} \equiv x_9) = 0 \end{cases}$$

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

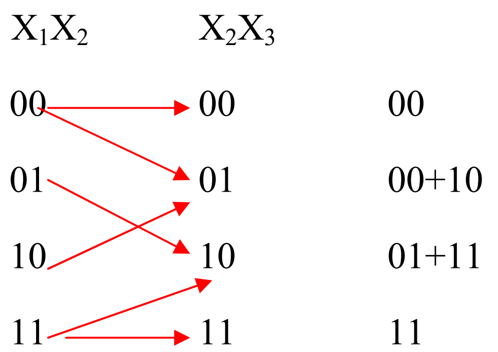
Рассмотрим первое уравнение и построим таблицу истинности:

x_1	x_2	x_3	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	$x_1 \equiv \overline{x_2}$	$\overline{x_1} \equiv x_3$	$(x_1 \equiv \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \equiv x_3)$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом:

x_1	x_2	x_3	$\overline{x_1}$	$\overline{x_2}$	$x_1 \equiv \overline{x_2}$	$\overline{x_1} \equiv x_3$	$(x_1 \equiv \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_1} \equiv x_3)$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0

Строим отображение:



Тогда получим такой последний столбец таблицы количества решений:

	x_1x_2	x_2x_3	x_3x_4	x_4x_5	x_5x_6	x_6x_7	x_7x_8	x_8x_9
00	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	4	5	6	7	8
10	1	2	3	4	5	6	7	8
11	1	1	1	1	1	1	1	1

Суммируем последний столбец и получаем 18 решений.

Ответ: 18

13) Сколько различных решений имеет система логических уравнений:

$$\begin{cases} (x_1 \to (x_2 \vee y_2)) \wedge (y_1 \to y_2) = 1 \\ (x_2 \to (x_3 \vee y_3)) \wedge (y_2 \to y_3) = 1 \\ \dots \\ (x_7 \to (x_8 \vee y_9)) \wedge (y_7 \to y_8) = 1 \\ x_8 \to y_8 = 1 \end{cases}$$

В данной системе все уравнения однотипны, поэтому можно применить метод отображения.

Рассмотрим первое уравнение и построим таблицу истинности:

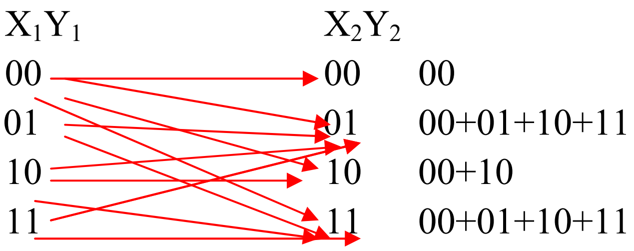
x_1	y_1	x_2	y_2	$x_2 \vee y_2$	$x_1 \to (x_2 \vee y_2)$	$y_1 \to y_2$	$(x_1 \to (x_2 \vee y_2)) \wedge (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0

0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Вычеркнем строки, выделенные красным цветом:

x_1	y_1	x_2	y_2	$x_2 \vee y_2$	$x_1 \to (x_2 \vee y_2)$	$y_1 \to y_2$	$(x_1 \to (x_2 \vee y_2)) \wedge (y_1 \to y_2)$
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Строим отображение:



Обратим внимание на то, что пары X_1Y_1=00 нет в наборе, поэтому в первой строке и первом столбце значение будет равно 0.

Строим таблицу количества решений для каждой пары:

	$x_1 y_1$	$x_2 y_2$	$x_3 y_3$	$x_4 y_4$	$x_5 y_5$	$x_6 y_6$	$x_7 y_7$	$x_8 y_8$
00	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	4	11	26	57	120	247	502
10	1	2	3	4	5	6	7	8
11	1	4	11	26	57	120	247	502

Последнее уравнение $x_8 \to y_8 = 1$ исключает пару 10, то есть $X_8=1$, $У_8=0$.

Таким образом, вычеркиваем третью строку.

	$x_1 y_1$	$x_2 y_2$	$x_3 y_3$	$x_4 y_4$	$x_5 y_5$	$x_6 y_6$	$x_7 y_7$	$x_8 y_8$
00	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	4	11	26	57	120	247	502
~~10~~	~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~4~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~	~~8~~
11	1	4	11	26	57	120	247	502

Суммируем последний столбец и получаем 1+502+502=1005 решений.

Ответ: 1005

Список литературы

1. К. Ю Поляков. Преподавание, наука и жизнь.[Электронный ресурс
2. http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm]
3. Варианты Статград 2015-2018 года
4. Е.А. Мирончик. Метод отображения//Информатика, №10, 2013, с.18-26