

ДВИ в МГУ (2018)

#1. Какое из чисел $\frac{49}{18}$ или $\frac{79}{24}$ ближе к 3?

#2. Найдите все значения параметра a , при которых разность между корнями уравнения $x^2 + 3ax + a^4 = 0$ максимальна.

#3. Решите уравнение $\sin 4x \cos 10x = \sin x \cos 7x$.

#4. Решите неравенство $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\log_{\sqrt{3}-\sqrt{2}} x} \geq (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\log_x(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$.

#5. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Пусть M — середина отрезка AD , а N — произвольная точка отрезка BC . Пусть K — пересечение отрезков CM и DN , а L — пересечение отрезков MN и AC . Найдите все возможные значения площади треугольника DMK , если известно, что $AD:BC = 3:2$, а площадь треугольника ABL равна 4.

#6. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} ax^2 + 4ax - 8y + 6a + 28 \leq 0, \\ ay^2 - 6ay - 8x + 11a - 12 \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

#7. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$ с боковыми ребрами AA', BB', CC', DD' . На ребрах AB, BC, CD, DA нижнего основания отмечены соответственно точки K, L, M, N таким образом, что $AK:KB = 4:5$, $BL:LC = 3:1$, $CM:MD = 7:2$, $DN:NA = 3:1$. Пусть P, Q, R — центры сфер, описанных около тетраэдров $AKNA', BLKB', CMLC'$ соответственно. Найдите PQ , если известно, что $QR = 1$ и $AB:BC = 3:2$.

#8. Найдите все пары чисел x, y из промежутка $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, при которых достигается минимум

выражения $\left(\frac{\sqrt{3} \sin y}{\sqrt{2} \sin(x+y)} + 1\right) \left(\frac{\sqrt{2} \sin x}{3 \sin y} + 1\right)^2 \left(\frac{\sin(x+y)}{7\sqrt{3} \sin x} + 1\right)^4$.