

Почти вся геометрия 2015

Они вокруг нас. (Треугольники и окружности.)

1. Досрочный ЕГЭ. 6.05.15. Запад.

1.1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC . Окружность с центром O , построенная на боковой стороне AB как на диаметре, касается боковой стороны CD и второй раз пересекает большее основание AD в точке H , точка Q — середина CD .

- Докажите, что четырёхугольник $DQOH$ — параллелограмм.
- Найдите AD , если $\angle BAD = 75^\circ$ и $BC = 1$.

ε

2. Диагностическая 4, 22.04.15. Запад.

2.1. Окружность с центром O проходит через вершины B и C большей боковой стороны прямоугольной трапеции $ABCD$ и касается боковой стороны AD в точке T . Точка O лежит внутри трапеции $ABCD$.

- Докажите, что угол BOC вдвое больше угла BTC .
- Найдите расстояние от точки T до прямой BC , если основания трапеции AB и CD равны 4 и 9 соответственно.

9

3. Досрочный ЕГЭ. 26.03.15. Запад.

3.1. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$ с основаниями BC и AD . На стороне AB как на диаметре построена окружность с центром в точке O , касающаяся стороны CD и повторно пересекающая основание AD в точке H . Точка Q — середина стороны CD .

- Докажите, что треугольник $OQDH$ — параллелограмм.
- Найдите AD , если $\angle BAD = 60^\circ$, $BC = 2$. Если, конечно, сможете.

ε^8+††

4. Диагностическая 3, 5.03.15. Запад.

4.1. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 12$.

08†

4.2. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Известно, что $AC = 3MB$.

- Докажите, что треугольник ABC прямоугольный.
- Найдите сумму квадратов медиан AA_1 и CC_1 , если известно, что $AC = 10$.

††

5. Диагностическая 2, 13.02.15. Запад

5.1. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC = 15$, $BC = 8$. Окружность радиуса 2,5 с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{4}$ длины катета AC .
- Найдите радиус второй окружности.

††

5.2. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны стороны $AC = 12$, $BC = 5$. Окружность радиуса 0,5 с центром O на стороне BC проходит через вершину C . Вторая окружность касается катета AC , гипотенузы треугольника, а также внешним образом касается первой окружности.

- Докажите, что радиус второй окружности меньше, чем $\frac{1}{5}$ длины катета AC .
- Найдите радиус второй окружности.

†

6. Диагностическая 1, 21.01.15. Восток.

6.1. Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

- Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .
- Найдите радиус данной окружности, если $\angle A = 60^\circ$, $B_1C_1 = \sqrt{3}$ и площадь треугольника AB_1C_1 в два раза меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

ε^†-†^

6.2. Окружность проходит через вершины B и C треугольника ABC и пересекает AB и AC в точках C_1 и B_1 соответственно.

- а) Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику AB_1C_1 .
- б) Найдите радиус данной окружности, если $\angle A = 30^\circ$, $B_1C_1 = 5$ и площадь треугольника AB_1C_1 в три раза меньше площади четырёхугольника BCB_1C_1 .

$\xi^{\wedge} \tau - \xi^{\wedge} \xi$
--

7. Диагностическая 1, 21.01.15. Запад.

7.1. Хорды AD , BE и CF окружности делят друга друга на три равные части.

- а) Докажите, что эти хорды равны.
- б) Найдите площадь шестиугольника $ABCDEF$, если точки A, B, C, D, E последовательно расположены на окружности, а радиус окружности равен $2\sqrt{21}$.

$\xi^{\wedge} \lambda \Pi$

7.2. Хорды AD , BE и CF окружности делят друга друга на три равные части.

- а) Докажите, что эти хорды равны.
- б) Найдите площадь шестиугольника $ABCDEF$, если точки A, B, C, D, E последовательно расположены на окружности, а радиус окружности равен $2\sqrt{14}$.

$\xi^{\wedge} 8 \lambda$

8. Демоверсия 2015 1, 21.01.15.

8.1. Две окружности касаются внешним образом в точке K . Прямая AB касается первой окружности в точке A , а второй — в точке B . Прямая BK пересекает первую окружность в точке D , прямая AK пересекает вторую окружность в точке C .

- а) Докажите, что прямые AD и BC параллельны.
- б) Найдите площадь треугольника AKB , если известно, что радиусы окружностей равны 4 и 1.

$\tau^{\wedge} \xi$
