Текстовые задачи на ЕГЭ.

Задачи на сплавы и концентрацию.

1. ***Смешали 14 л 30% водного раствора некоторого вещества с 10 литрами 18% раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?***

Решение:

Пусть *p* – концентрация получившегося раствора. Тогда

$$0{,}3 \cdot 14 + 0{,}18 \cdot 10 = \frac{p}{100} \cdot 24$$
$$4{,}2 + 1{,}8 = 0{,}24p$$
$$0{,}01p = 0{,}25$$
$$p = 25$$

2. ***Имеются 2 слитка сплава золота с медью. 1 слиток содержит 230 г золота и 20 г меди, а второй слиток - 240 г золота и 60 г меди. От каждого слитка взяли по куску, сплавили их и получили 300 г сплава, в котором оказалось 84% золота. Определите массу (в г) куска, взятого от первого куска.***

Решение:

Масса первого куска – 250 г (т.к. 230 г золота и 20 г меди), масса второго куска – 300 г (т.к. в нем 240 г золота и 60 г меди).

Найдем процентное содержание золота в первом слитке: $\frac{230}{250} \cdot 100\% = 92\%$

Найдем процентное содержание золота во втором куске: $\frac{240}{300} \cdot 100\% = 80\%$

В полученном сплаве содержится $0{,}84 \cdot 300 = 252$ г золота.

Пусть от первого куска взяли х г, а от второго – (300-х), тогда

Составим уравнение:

$$0{,}82 \cdot x + 0{,}8(300 - x) = 252$$
$$0{,}92x + 240 - 0{,}8x = 252$$
$$0{,}12x = 12$$
$$x = 100$$

Ответ: от первого куска взяли 100 г.

3. ***Первый сплав содержит серебра и меди 70 г, а второй сплав – 210 г серебра и 90 г меди. Взяли 225 г первого сплава и кусок второго сплава, сплавили их и получили 300 г сплава, который содержит 82% серебра. Сколько граммов серебра содержится в первом сплаве?***

Решение:

Пусть в первом сплаве содержится *x* г серебра.

Масса второго сплава 75 г. Составим уравнение:

$$\frac{x}{x + 70} \cdot 225 + \frac{210}{300} \cdot 75 = 0{,}82 \cdot 300$$
$$\frac{225x}{x + 70} + 0{,}7 \cdot 75 = 0{,}82 \cdot 300$$
$$225x + 52{,}5(x + 70) = 246(x + 70)$$
$$31{,}5 \cdot x = 13545$$
$$x = 430$$

Ответ: в первом сплаве 430 г серебра.

Задачи на концентрацию.

4. ***Из сосуда, доверху наполненного 94% раствором кислоты, отлили 1,5 л жидкости и долили 1,5 л 70% раствора этой же кислоты. После этого в сосуде получился 86% раствор кислоты. Сколько литров раствора вмещает сосуд?***

Решение.

Пусть х – количество литров, которое вмещает сосуд.

Первоначально в сосуде находилось 0,94х г кислоты.

Отлили $1{,}5 \cdot 0{,}94$ г кислоты, долили $1{,}5 \cdot 0{,}7$ г кислоты.

После этого в сосуде стало $0{,}86x$ г кислоты.

Составим уравнение.

$$0{,}94x - 1{,}5 \cdot 0{,}94 + 1{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}86x$$
$$0940{,}86x = 0{,}36$$
$$0{,}08x = 0{,}36$$
$$x = 4{,}5$$

Ответ: сосуд емкостью 4,5 литра.

5. ***В колбе было 800 г 80% спирта. Провизор отлил из колбы 200 г этого спирта и добавил в нее 200 г воды. Определите концентрацию (в %) полученного спирта.***

Решение.

Пусть x- концентрация полученного раствора. Тогда согласно условиям задачи, составим уравнение:

$$0{,}8 \cdot 800 - 0{,}8 \cdot 200 = \frac{x}{100} \cdot 800$$
$$640 - 160 = 8x$$
$$8x = 480$$
$$x = 60$$

Ответ: 60% раствор.

6. ***Если смешать 8 кг и 2 кг растворов серной кислоты разной концентрации, то получим 12% раствор кислоты. При смешивании двух одинаковых масс тех же растворов получили 15% раствор. Определите первоначальную концентрацию каждого раствора.***

Решение.

Пусть x – концентрация первого раствора, y – концентрация второго раствора, тогда составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \cdot 8 + \frac{y}{100} \cdot 2 = 0{,}12 \cdot 10 \\ \frac{x}{100} + \frac{y}{100} = 0{,}15 \cdot 2 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 8x + 2y = 120 \\ x + y = 30 \end{cases}$$
$$x = 10\%, \quad y = 20\%$$

Ответ: $x = 10\%, \quad y = 20\%$

7. ***В сосуде было 12 л соляной кислоты (чистой). Часть кислоты отлили и добавили такое же количество воды. Затем снова отлили столько же раствора и опять добавили воды. Сколько литров жидкости отливали каждый раз, если в результате в сосуде оказался 56,25% раствор соляной кислоты?***

Решение.

Пусть x - количество отливаемой жидкости, причем в первом случае – это чистая кислота, во втором – раствор с некоторой концентрацией.

После того, как отлили x л кислоты и добавили x л воды, то в сосуде стало (12- x)л кислоты и x л воды. Концентрация полученного раствора равна: $\mathrm{k} = \frac{12-\mathrm{x}}{12}$ (где k-концентрация раствора). Значит, когда второй раз отливали x л раствора, то здесь содержалось kx л той кислоты. Тогда в сосуде осталось $12 - x - kx = 12 - x - \frac{12-x}{12}x = (12 - x)\left(1 - \frac{x}{12}\right) = \frac{(12-x)^2}{12}$ л кислоты.

С другой стороны это количество составляет $56{,}25\%$ от 12 литров.

Составим уравнение.

$$\frac{(12-x)^2}{12} = 0{,}5625 \cdot 12$$
$$12 - x = 0{,}75 \cdot 12$$
$$x = 3$$

Ответ: 3

8. ***В первом сплаве золота и серебра количество этих металлов находится в отношении 1:2, а во втором – в отношении 2:3. Из этих металлов получили 19 г сплава с отношением золота и серебра 7:12. Сколько граммов первого сплава было взято?***

Решение.

Пусть в первом сплаве содержится x г золота и $2x$ г серебра.

Аналогично во втором сплаве содержится $2y$ г золота и $3y$ г серебра.

Так как масса полученного сплава равна 19 г, то в нем 7 г золота и 12 г серебра.

Составим систему уравнений.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

Решая систему, находим $y = 2,\quad x = 3$. В итоге масса первого сплава равна 9 г.

Ответ: 9

9. ***Смешали 20%-й раствор соли с 40%-м раствором и добавили 5 кг воды. В результате получили 10%-й раствор. Если бы вместо воды добавили5 кг 96%-го раствора соли, то получили бы 70%-й раствор. Сколько килограмм первого раствора было взято?***

Решение.

Пусть x- количество первого раствора, а y - количество второго раствора. Тогда в обоих случаях после добавления получилось $(x + y + 5)$ кг раствора.

Так как первый раствор содержит 20% соли и 80% воды, то в нем содержится 0,8 x кг воды, а во втором – 0,6 y кг воды.

После того, как добавили воду в первом случае, получили раствор, в котором $0{,}9(x + y + 5)$ кг воды.

Получили первое уравнение системы: $0{,}8x + 0{,}6y + 5 = 0{,}9(x + y + 5)$

После того, как во втором случае добавили 5 кг 96% раствора соли $(0{,}04 \cdot 5 = 0{,}2 \text{ кг воды})$ получили раствор, в котором $0{,}3(x + y + 5)$ кг воды.

Получили второе уравнение системы: $0{,}8x + 0{,}6y + 0{,}2 = 0{,}3(x + y + 5)$.

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 0{,}8x + 0{,}6y + 5 = 0{,}9(x + y + 5) \\ 0{,}8x + 0{,}6y + 0{,}2 = 0{,}3(x + y + 5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x+6y+50=9(x+y+5) \\ 8x+6y+2=3(x+y+5) \end{cases}$$

Решая уравнение одним из методов, получим: $x=2$, $y=1$

Ответ: 2

10. ***Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй сплав – 30% никеля. Из этих сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограмм масса первого сплава меньше массы второго?***

Решение.

Пусть x- масса первого сплава, тогда масса второго сплава – $(200-x)$.

Составим уравнение, учитывая условия задачи:

$$0{,}1x+0{,}3(200-x)=0{,}25\cdot 200$$
$$0{,}1x+60-0{,}3x=50$$
$$x=50$$

Следовательно, масса первого сплава – 50 кг, тогда масса второго сплава – 150 кг и масса первого сплава меньше массы первого на 100 кг.

Ответ: 100

11. ***Имеется 10 л 60% раствора соли. Сколько литров воды нужно долить, чтобы получить 40% раствор соли?***

Решение.

Пусть надо долить x л воды. Тогда, с учетом условий задачи, составим уравнение:

$$0{,}6\cdot 10=0{,}4(10+x)$$
$$0{,}4x=2$$
$$x=5$$

Ответ: 5

Задачи на проценты

1. ***Цена холодильника в магазине уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, насколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 8 000 рублей, он через два года был продан за 6480 рублей.***

Решение.

Пусть x – количество процентов, на которые уменьшалась цена холодильника. Тогда x% от 8 000: $\frac{x}{100} \cdot 8000 = 80x$.

$(8000 - 80x)$ - цена холодильника после первого снижения цены.

x% от $(8000 - 80x)$: $\frac{8000-80x}{100} \cdot x = (80 - 0{,}8x)x$

$(8000 - 80x) - (80 - 0{,}8x)x$ - цена холодильника после второго снижения.

Составим уравнение:

$$(8000 - 80x) - (80 - 0{,}8x)x = 6480$$
$$0{,}8x^2 - 160x + 1520 = 0$$
$$x^2 - 200x + 1900 = 0$$
$$x_1 = 180 \quad x_2 = 10$$

Ответ: 10%

2. ***В течение года цену товара повышали 2 раза: сначала на 20% , затем на 10%. Но в конце года ее уменьшили на 25%. Сколько процентов составляет итоговая цена от первоначальной?***

Решение.

Пусть x - цена первоначальная товара

Увеличение цены на 20% означает, что она стала $1{,}2x$

Увеличение цены на 10% означает, что она стала $1{,}2x \cdot 1{,}1 = 1{,}32x$

Понижение цены на 25% означает, что она стала $1{,}32x \cdot 0{,}75 = 0{,}99x$

Таким образом, первоначальная цена $-x$, итоговая цена - $0{,}99x$. Следовательно, новая цена составляет от первоначальной 99%.

Ответ: 99%

3. ***В январе завод перевыполнил план на 10%, а в феврале перевыполнил январский выпуск на 6%. На сколько процентов завод перевыполнил двухмесячный план выпуска продукции?***

Решение.

Пусть x *- месячный план выпуска продукции. Тогда в январе выпуск составил 1,1* x*. В феврале –* $1{,}06 \cdot 1{,}1x = 1{,}166x$. Тогда за два месяца перевыполнение плана составило 2,266 x при плане 2 x.

Превышение составило $\frac{2{,}266\,x}{x} = 1{,}133$ или $13{,}3\%$.

Ответ: 13,3%

4. ***Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике6 численность волков возросла на 10%, а во втором – на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?***

Решение.

Пусть в первом заповеднике было x особей, тогда во втором – $220 - x$. Учитывая, что в первом заповеднике количество особей возросла на 10%, то особей стало – $1{,}1x$, а во втором – $1{,}2(220 - x)$. Так как, количество особей в заповеднике стало 250, составим уравнение:

$$1{,}1x + 1{,}2(220 - x) = 250$$
$$x = 140$$

Ответ: 140

5. ***7 рубашек дешевле одного костюма на 9%. На сколько процентов 11 рубашек дороже одного костюма?***

Решение.

Пусть стоимость одной рубашки – x, стоимость одного костюма – y.

7 рубашек дешевле одного костюма на 9%.

Следовательно, стоимость 7 рубашек – $0{,}91y$. С другой стороны, стоимость 7 рубашек - $7x$.

$$7x = 0{,}91y$$
$$x = 0{,}13y$$
$$11x = 1{,}43y$$
$$11x = \frac{143}{100}y$$

Стоимость 11 рубашек составляет 143% от стоимости костюма. Следовательно, стоимость рубашек дороже стоимости костюма на 43%.

Ответ: 43

6. ***3 кг черешни стоят столько же, сколько 5 кг вишни. 3 кг вишни – столько же сколько 2 кг клубники. На сколько процентов 1 кг клубники дешевле 1 кг вишни?***

Решение.

Пусть стоимость черешни – x, стоимость вишни – y, стоимость клубники – z.

Составим систему:

$$\begin{cases} 3x = 5y \\ 3y = 2z \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0{,}6x \\ 3 \cdot 0{,}6x = 2z \end{cases} \quad 1{,}8x = 2z \quad \frac{1{,}8}{2} = \frac{z}{x} \quad \frac{90}{100} = \frac{z}{x}$$

Следовательно, стоимость 1 кг клубники составляет 90% от стоимости 1 кг черешни

Ответ: 10%

<u>**Задачи на работу**</u>

1. ***Первый рабочий может за 1 час изготовить 25% всех заказанных деталей. Производительность второго рабочего составляет $\frac{2}{3}$ от производительности первого, а производительность первого относится к производительности третьего как 3:1. За сколько часов будет выполнен весь заказ, если все трое рабочих будут работать вместе?***

Решение.

Пусть заказано x деталей.

Тогда за 1 час первый рабочий изготовит $0{,}25x = \frac{1}{4}x$

Второй рабочий изготовит за 1 час $\frac{1}{4}x \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}x$.

Третий рабочий - $\frac{1}{4}x \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}x$.

Таким образом, весь заказ будет выполнен за:

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12} = \frac{x}{2}$$

Ответ: 2 часа

2. ***Через первую трубу бак объема 12 м^3 наполняется со скоростью x м^3/ч, а через вторую – опорожняется со скоростью 2 м^3/ч. При пустом баке были открыты обе трубы. Когда бак наполнился на 40%, вторую трубу закрыли. В результате бак стал полным через 4 часа 12 мин. Чему равен x?***

Решение.

Бак, объемом 12 м^3, заполняется на 40% (т.е. на 4,8 м^3) за время $\frac{4{,}8}{x-2}$. Оставшееся время $4{,}2 - \frac{4{,}8}{x-2}$ бак наполнялся со скоростью x м^3/ч и при этом налилось $12 - 4{,}8 = 7{,}2$ м^3 воды. Таким образом, составим уравнение:

$$\left(4{,}2 - \frac{4{,}8}{x-2}\right)x = 7{,}2$$

$$(42x - 84 - 48)x = 72x - 144$$

$$7x^2 - 34x + 24 = 0$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = \frac{6}{7}$$

Очевидно, что второй корень нам не подходит. Вода будет выливаться из бака быстрее, чем наливаться. Поэтому $x = 4$.

Ответ: 4

3. ***Секретарю фирмы поручили разослать письма адресатам по списку. Секретарь, отдав своему помощнику часть списка, содержащую 80% адресатов, взял оставшуюся часть себе и разослал письма по своей части списка за время в 6 раз меньшее, чем помощник по своей. Сколько процентов списка адресатов секретарь должен был сразу отдать помощнику (взяв себе остальное), чтобы они, работая с прежней производительностью, выполнили свою работу за одинаковое время?***

Пусть производительность труда секретаря – x

Производительность труда помощника – y

Время работы секретаря – t, время работы помощника - 6 t, вся работа – 1. Тогда, учитывая условия задачи, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} tx = 0{,}2 \\ 6ty = 0{,}8 \end{cases}$$

$$\frac{tx}{6ty} = \frac{0{,}2}{0{,}8}$$

$$\frac{x}{6y} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$$

Отсюда следует, что производительность секретаря составляет 3 части, а производительность помощнику – 2 части. Всего 5 часов. Пусть вся работа 100%, тогда, с учетом условий задачи, секретарю необходимо взять 60% всей работы, а помощнику отдать 40%.

Ответ: 40

4. ***Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты за 8 часов. Если первый оператор будет работать 3 часа, а второй 12 часов, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?***

Решение.

Вся работа - 1

Пусть время работы первого оператора – x

Время работы второго оператора – y.

Тогда, производительность труда первого оператора - $\frac{1}{x}$, производительность труда второго оператора - $\frac{1}{y}$.

Учитывая условия задачи, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = 8 \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{xy}{x+y} = 8 \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \qquad x = 12 \qquad y = 24$$

Ответ: 12 ч и 24 ч

Задачи на движение

1. ***Первую четверть пути поезд двигался со скоростью 80 км/ч, а затем снизил скорость на х км/ч. Чему равен х, если средняя скорость движения поезда на всем пути равна 64 км/ч?***

Решение.

Пусть 1 – весь путь. Тогда первую четверть пути поезд прошел за $\frac{1}{4\cdot 80}$ ч, а оставшиеся $\frac{3}{4}$ пути поезд прошел за $\frac{3\cdot 1}{4\cdot(80-x)}$ ч. На весь путь поезд затратил $\frac{1}{4\cdot 80}+\frac{3\cdot 1}{4\cdot(80-x)}=\frac{1}{64}$.

$$\frac{1}{4\cdot 80}+\frac{3\cdot 1}{4\cdot(80-x)}=\frac{1}{64}$$
$$\frac{1}{80}+\frac{3}{(80-x)}=\frac{1}{16}$$
$$4x=80$$
$$x=20$$

Ответ: 20.

2. ***Два тела равномерно движутся по окружности. Если они движутся в разные стороны, то встречаются каждые две минуты. Если же тела двигаются в одну сторону, то первое тело догоняет второе каждые 10 минут. На сколько секунд первое тело быстрее проходит окружность?***

Решение.

Пусть v_1 м/мин – скорость первого тела, v_2 м/мин – скорость второго тела. При движении в разные стороны они сближаются со скоростью v_1+v_2, а при движении в одну сторону - сближаются со скоростью v_1-v_2. Пусть 1 – длина окружности. Тогда $\frac{1}{v_1+v_2}=2\text{ мин}$ – время между встречами при движении в разных направлениях, а $\frac{1}{v_1-v_2}=10$ мин - время, за которое первое тело догоняет второе.

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases}\frac{1}{v_1+v_2}=2\\ \frac{1}{v_1-v_2}=10\end{cases}$$
$$\begin{cases}2v_1+2v_2=1\\ 10v_1-10v_2=1\end{cases}$$

Отсюда $v_1=0{,}3,\quad v_2=0{,}2$.

Тогда первое тело проходит окружность за $\frac{1}{0{,}3}=\frac{10}{3}$ минут,

Второе тело – за $\frac{1}{0{,}2}=\frac{10}{2}=5$ минут.

Разница составляет 300-200=100 сек.

Ответ: 100 секунд.