

Задача Т7.5.

Винни-Пух съедает горшочек меда за 3 минуты, Пятачек – за 8 минут, а ослик Иа – за 24 минуты. За сколько минут они съедят горшочек меда втроем?

Содержание этой задачи вызывает неподдельный интерес у учащихся, для многих из них решение просто:

$$3 + 8 + 24 = 35 \text{ (минут).}$$

И каково удивление, когда выясняется, что решение неверно. А если вдуматься в смысл задачи, то даже смешно, что такой ответ может получиться. Естественно хочется найти верное решение.

Решение:

1) Какую часть горшочка съедает только Винни-Пух за 1 минуту?

$$1 : 3 = 1/3 \text{ (ч.)}$$

2) Какую часть горшочка съедает только Пятачок за 1 минуту?

$$1 : 8 = 1/8 \text{ (ч.)}$$

3) Какую часть горшочка съедает только ослик Иа за 1 минуту?

$$1 : 24 = 1/24 \text{ (ч.)}$$

4) Какую часть горшочка съедают они втроем за 1 минуту?

$$1/3 + 1/8 + 1/24 = 8/24 + 3/24 + 1/24 = 12/24 = 1/2 \text{ (ч.)}$$

5) За сколько минут они съедят горшочек меда втроем?

$$1 : 1/2 = 2 \text{ (мин.)}$$

Ответ: 2 минуты.

Сравнивая свое решение с верным ребята вникают в суть условия и решения и следующие задачи решают верно.

- 4 -

Аналогичные задачи из Тренировочной работы Т7.4, Т7.6, Т7.7.

Немного иная задача Т7.2. Но теперь учащиеся с ответом не спешат, они хотят найти верное решение.

Задача Т7.2.

Гоша и Леша вскапывают грядку за 8 минут, а один Гоша - за 24 минуты. За сколько минут вскапывает грядку один Леша?

Решение:

1) Какую часть грядки вскапывают Гоша и Леша за 1 минуту?

$$1 : 8 = 1/8 \text{ (ч.)}$$

2) Какую часть грядки вскапывает один Гоша за 1 минуту?

$$1 : 24 = 1/24 \text{ (ч.)}$$

3) Какую часть грядки вскапывает один Гоша за 1 минуту?

$$1/8 - 1/24 = 3/24 - 1/24 = 2/24 = 1/12 \text{ (ч.)}$$

4) За сколько минут вскапывает грядку один Леша?

$$1 : 1/12 = 12 \text{ (минут)}$$

Ответ: 12 минут.

Аналогичная задача из Тренировочной работы Т7.3.

Решение данных задач и им подобных развивает логику, заставляет задуматься над способом решения задачи и готовит к решению более сложных задач на совместную работу.

В 1-ой части заданий ЕГЭ по математике задачи на проценты занимают свое определенное место. При решении задач на проценты важно четко понимать, что процент – это сотая часть числа, величины. С понятием процента учащиеся знакомятся уже в конце 5-го класса, они учатся решать простейшие задачи на нахождение процента от числа и числа по его проценту. В 6-ом классе учащиеся продолжают решать задачи на проценты. Год от года задачи данного типа усложняются. В учебнике, дидактических материалах, рабочих тетрадях для 6-ых – 9-ых классов много разнообразных задач на проценты, но умелое использование задач из демоверсий ЕГЭ по математике поможет формированию навыков решения задач на проценты. В демоверсиях размещены задачи от простых до сложных.

Рассмотрим задачи из «Закрытого сегмента. Все задания группы В» под редакцией А.Л.Семенова, И.В.Яценко.

Задача на нахождение процента от числа.

Задача 71.

- 5 -

Общая тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 15%?

Как ни странно, но некоторые учащиеся 10-ых – 11-ых классов, решая подобные задачи, не находят новую цену товара, а находят возможное количество купленного товара по цене, равной величине повышения или понижения цены товара; процент от числа некоторые учащиеся не находят приемом:

1% - 0,01 часть числа,

15% - 0,15 части числа.

Решение:

1) $40 * 0,15 = 6$ (руб.)

2) $40 + 6 = 46$ (руб.) или $40 * 1,15 = 46$ (руб.)

3) $500 : 46 = 10,87 = 10$ (тетрадей)

Ответ: 10 тетрадей.

Задача на нахождение числа по его проценту.

Задача 74.

Цена на электрический чайник была повышена на 19% и составила 1785 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Решение:

1) $100 + 19 = 119$ (%)

2) 119 % - 1,19 первоначальной цены чайника

$1785 : 1,19 = 1500$ (руб.)

Ответ: 1500 рублей.

Задача на нахождение процентного отношения.

Задача 75.

Рубашка стоила 1000 рублей. После снижения цены она стала стоить 780 рублей. На сколько процентов была снижена цена на рубашку?

Решение:

1) $1000 - 780 = 220$ (руб.)

2) $220 / 1000 * 100 = 22$ (%)

Ответ: 22%.

Используя вышеперечисленные сборники можно отрабатывать навыки решения задач трех типов с нестандартным заданием.

В 7-ом - 9-ом классах на уроках и факультативных занятиях есть возможность переходить к решению более сложных задач. Достаточное

- 6 -

количество таких задач имеется в Рабочей тетради «Задача В12. Задачи на составление уравнений» под редакцией А.Л.Семенова и И.В.Яценко.

Программа курса Алгебра -7 класс насыщена, здесь рассматриваются темы: функции, степень с натуральным показателем, многочлены, формулы сокращенного умножения, системы линейных уравнений. Но на решение задач отводится очень мало часов: в теме «Уравнения с одной переменной» решаются задачи с одной переменной и в теме «Решение систем линейных уравнений» решаются задачи с помощью систем уравнений.

Учащимся 7-го класса доступны задачи Тренировочной работы 1 (Движение навстречу) из Рабочей тетради «Задача В12. Задачи на составление уравнений» под редакцией А.Л.Семенова и И.В.Яценко Т1.1 - Т1.8, задачи Т1.9 - Т1.10 интересно решить на занятиях кружка или на факультативных занятиях.

Например: Задача Т1.7.

Расстояние между городами А и В равно 440 км. Из города А в город В со скоростью 60 км/ч выехал автомобиль, а через 3 часа после этого навстречу ему из города В выехал второй автомобиль. Найдите скорость второго автомобиля, если автомобили встретились через 2 часа после выезда из города В. Ответ дайте в км/ч.

Данную задачу можно решить несколькими способами:

Арифметический - по действиям.

Решение:

I способ.

1) $60 * 3 = 180$ (км) - проехал автомобиль из города А за 3ч.

2) $440 - 180 = 260$ (км) - проехали два автомобиля за 2 ч.

3) $260 : 2 = 130$ (км) - скорость сближения

4) $130 - 60 = 70$ (км/ч) - скорость второго автомобиля

Ответ: 70 км/ч.

II способ.

1) $3 + 2 = 5$ (ч.) - был в пути автомобиль из города А.

2) $60 * 5 = 300$ (км) - проехал автомобиль из города А.

3) $440 - 300 = 140$ (км) - проехал автомобиль из города В.

4) $140 : 2 = 70$ (км/ч) - скорость второго автомобиля

Ответ: 70 км/ч.

Алгебраический - составлением уравнения.

Решение:

Пусть x км/ч скорость второго автомобиля.

- 7 -

$3 + 2 = 5$ (ч.) - был в пути автомобиль из города А.

Зная, что расстояние между городами А и В 440 км, составим и решим уравнение:

$$60 * 5 + 2x = 440$$

$$300 + 2x = 440$$

$$2x = 140$$

$$x = 70$$

Ответ: 70 км/ч.

С семиклассниками возможно выборочное решение задач Тренировочной работы 2 (Движение вдогонку) из той же Рабочей тетради.

Рассмотрим Задачу Т2.2.

Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1 км /ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 200 метрам?

Решая задачу необходимо обратить внимание на разное наименование.

Так как скорость первого пешехода на 1 км /ч больше скорости второго, то скорость удаления - 1 км/ч.

$$200 \text{ м} = 0,2 \text{ км}$$

$$0,2 : 1 = 0,2 \text{ ч} = 12 \text{ мин.}$$

Ответ: 12 минут.

В 8-ом классе возможности использования задач Рабочей тетради и «Закрытого сегмента. Все задания группы В» под редакцией А.Л. Семенова и И.В.Яценко расширяются после изучения темы «Решение дробных рациональных уравнений и решение задач с помощью рациональных уравнений». Можно вернуться к задачам из Рабочей тетради раздела «Тренировочная работа 1. Задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку)». Если ранее не были решены задачи Т1.9 - Т1.10, то их можно рассмотреть в 8-ом класс.

Интересна Задача Т1.9.

Из городов А и В навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в В на 2 часа раньше, чем велосипедист

приехал в А, а встретились они через 45 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

- 8 -

При решении этой задачи необходимо показать, что весь путь можно принять за 1 (этот прием решения в основной школе встречается не часто), и обратить внимание на то, что время нужно выразить в часах.

Решение:

45 минут = $3/4$ часа

Если время, которое велосипедист затратил на путь из В в А, обозначить через X, то уравнение примет вид:

$$(1/X + 1/X - 2) * 3/4 = 1$$

Ответ: 3 часа.

И опять можно вернуться к задачам Тренировочной работы 2, которые в 7-ом классе не рассматривались.

Задача Т2.4.

Товарный поезд каждую минуту проезжает на 500 метров меньше, чем скорый, и на путь в 120 км тратит на 2 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

Нестандартная формулировка условия и разное наименование могут вызвать затруднения при решении этой задачи.

Решение:

500 м / мин. = $500 * 60 / 1000$ км / ч = 30 км / ч.

Если скорость товарного поезда обозначить через X, то уравнение примет вид:

$$120 / X - 120 / X + 30 = 2$$

Ответ: 30 км/ч.

В курсе алгебры основной школы не уделяется особого внимания задачам на нахождение средней скорости. В Тренировочной работе 5 можно найти не только эти задачи, но и задачи на комбинацию задач на движение по воде и нахождение средней скорости.

В этом плане интересна Задача Т5.9.

Собственная скорость теплохода равна 25 км/ч, скорость течения реки равна 5 км/ч. Теплоход проплыл 6 часов по течению реки и 4 часа против течения. Найдите среднюю скорость теплохода на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

1) $25 + 5 = 30$ (км/ч.) - скорость теплохода по течению

2) $25 - 5 = 20$ (км/ч.) - скорость теплохода против течения

- 9 -

3) $30 * 6 = 180$ (км)- путь теплохода по течению

4) $20 * 4 = 80$ (км) - путь теплохода против течения

5) $180 + 80 = 260$ (км) - протяженность всего пути

6) $6 + 4 = 10$ (ч.) - общее время

7) $260 : 10 = 26$ (км/ч.) - средняя скорость теплохода

Ответ: 26 км/ч.

Задачи Тренировочной работы 3 (Движение по окружности, замкнутой трассе) и задачи Тренировочной работы 6 (Движение протяженных тел) вызывают трудность у учащихся основной и средней школы. Эти задачи целесообразно решать на факультативных и элективных курсах.

Например: Задача Т3.4.

Часы со стрелками показывают 9 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в третий раз поравняется с часовой.

Ответ: 180 минут.

Задача Т6.1.

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 минут. Найдите длину поезда в метрах.

Ответ: 500 метров.

В 8-ом классе рассматриваются так же задачи на совместную работу и сплавы. Для отработки навыков решения задач указанного типа можно использовать задачи Тренировочной работы 7 (Задачи на работу) и задачи Тренировочной работы 10 (Задачи на концентрацию, смеси, сплавы).

Оригинальные задачи Тренировочной работы 7 можно было рассматривать еще в 6-ом классе. Более сложные задачи есть смысл рассмотреть в 8-ом классе.

Задача Т7.6.

Игорь и Паша красят забор за 3 часа, Паша и Володя красят этот же забор за 6 часов, а Володя и Игорь - за 4 часа. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем? Ответ дайте в минутах.

Решение:

Пусть 1 - объем всей работы.

- 10 -

Имя мальчика	Время выполнения работы, если мальчик будет работать один (ч)	Часть работы, выполненная мальчиком за час (часть/ч)
Игорь	a	1/a
Паша	b	1/b
Володя	c	1/c

$$1/a + 1/b = 1/3$$

$$1/b + 1/c = 1/6$$

$$1/a + 1/c = 1/4$$

Решаем систему трех уравнений с тремя неизвестными, получаем ответ.

Ответ: 160 минут.

Тренировочная работа 10 содержит разнообразную подборку задач на концентрацию, смеси, сплавы.

Задача Т10.5.

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй - 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго сплава?

Решение:

Сплав	Масса сплава (кг)	Масса никеля в сплаве (кг)
1 сплав	X	0,1X
2 сплав	200 - X	0,3(200 - X)

Зная, что масса никеля в новом сплаве составляет 25%, составим уравнение:

$$0,1X + 0,3(200 - X) / 200 = 1/4$$

Решив уравнение, получаем

$$X = 50$$

$$200 - X = 150$$

$$150 - 50 = 100$$

Ответ: 100 кг.

В 9-ом классе возможность использования Рабочей тетради «Задача 12. Задачи на составление уравнений» и «Закрытый сегмент. Все задания группы В» под редакцией А.Л.Семенова и И.В.Ященко, а так же другие демоверсии расширяется.

- 11 -

В 9-ом классе рассматриваются темы: квадратичная функция, уравнения и неравенства с одной переменной, уравнения и неравенства с двумя переменными, арифметическая и геометрическая прогрессия, элементы комбинаторики и теории вероятностей. Кроме этого учащиеся 9-го класса готовятся к Государственной (итоговой) аттестации. Подготовка к Государственной (итоговой) аттестации - большая ответственность и большая работа, это хорошо понимают учителя, но это хорошо должны понимать и учащиеся, и их родители. Для подготовки к экзаменам имеется много сборников, содержащих задания выпускного экзамена по математике, содержащих демоверсий.

Но, при желании, учитель может найти время и место для решения текстовых задач.

Это позволит разнообразить работу на уроке, на занятиях факультативных и элективных курсов. Решение нестандартных задач развивает логику, сообразительность, внимание и другие очень важные качества, необходимые при изучении математики.

Кроме этого, расширяя круг решаемых задач учитель помогает учащимся готовится к Государственной (итоговой) аттестации за курс основной школы.

Рассмотри задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

В учебнике Алгебра – 9 класс и в сборниках для подготовки к экзаменам за курс основной школы задачи на арифметическую и геометрическую прогрессию, в основном, не являются прикладными. Текстовые задачи из Рабочей тетради «Задачи В12.» расширят круг решаемых задач, покажут прикладной характер этих задач, будут способствовать развитию интереса у учащихся к решению задач.

В этом плане интересны задачи Тренировочной работы 11.

Задача Т11.3.

Том Сойер и Гекльберри Финн красят забор длиной 270 метров. Каждый следующий день они красят больше, чем в предыдущий, на одно и тоже число метров. Известно, что за первый день они покрасили 4 метра забора. Определите, сколько метров забора они покрасили в последний день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

Используя формулу суммы n -первых членов арифметической прогрессии решим задачу

Решение:

- 12 -

$$(2 * 4 + 17 * X) / 2 * 18 = 270$$

$$8 + 17X = 30$$

$$X = 22/17$$

$$4 + 22/17 * 17 = 26$$

Ответ: 26 метров.

Не менее интересна Задача Т11.9.

Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и тоже расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Задачу решаем, составив систему двух уравнений с двумя переменными.
Пусть X метров проползла улитка в первый день,
 Y метров проползла улитка во второй день.
 n дней ползла улитка
 $X + Y = 10$
 $(X + Y) * n / 2 = 150$

$$X = 10 - Y$$

$$(10 - Y + Y) * n = 300$$

$$10 * n = 300$$

$$n = 30$$

Ответ: 30 дней.

Тренировочная работа 12 посвящена геометрической прогрессии.

Задачи этой Тренировочной работы, в основном, посвящены задачам на нахождение сложных процентов. В пояснительной части этой Тренировочной работы раскрывается методика решения задач такого типа на примере решения задачи 12 диагностической работы.

Приведем пример задачи Тренировочной работы 12 . Задача Т12.3.

Компания «Альфа» начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год начиная с

2002_года она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания «Бета» начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и начиная с 2004 года ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний

- 13 -

был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась.

Ответ: 35000 долларов.

Естественно, что данная задача довольно сложная, и не стоит ее рассматривать на уроке, ее вполне можно рассмотреть на занятиях факультатива или занятиях элективного курса.

При подготовке к экзаменам по математике в 9-ом класс есть смысл использовать задачи «Закрытого сегмента. Все задания группы В» под редакцией А.Л.Семенова и И.В.Яценко.

Задачи №1489 - №1506 - задачи на движение (навстречу и вдогонку)

Пример. Задача №1506.

Два велосипедиста одновременно отправились в 150-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 5 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 5 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 10 км/ч.

Задачи №1507 - №1524 - задачи на движение по реке.

Пример. Задача № 1524.

Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 720 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 27 км/ч, стоянка длится 6 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 60 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: 3 км/ч.

Задачи №1555 - №1571 - задачи на работу.

Пример. Задача № 1571.

Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар

- 14 -

объемом 396 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 440 литров?

Ответ: 22 литра.

Учитывая большой объем материала курса Алгебры и начала анализа средней школы, есть смысл начать подготовку к ЕГЭ по математике уже в основной школе. Эта работа не только поможет с высокой степенью надежности подготовиться к ЕГЭ по математике, но поможет, в первую очередь, подготовиться к ГИА – 9 за курс основной школы, даст возможность расширить и углубить практическое содержание обучения математике в основной школе. Из обилия демоверсий ЕГЭ -11 всегда можно найти задания, которые будут интересны и полезны в основной школе.

Систематическая работа в данном направлении принесет свои плоды.

Список литературы.

1. Программы общеобразовательных учреждений. Математика 5 – 6 классы. Издательство «Просвещение», Москва, 2010 год.
2. Программы общеобразовательных учреждений. Алгебра 7 - 9 классы. Издательство «Просвещение», Москва, 2010 год.
3. УМК Математика. 5 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Н.Я. Виленкин и др. Москва, издательство «Мнемозина», 2010 г.
4. УМК Математика. 6 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Н.Я. Виленкин и др. Москва, издательство «Мнемозина», 2010 г.
5. УМК Алгебра. 7 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Под редакцией С.А. Теляковского. Москва, издательство «Просвещение», 2010 г.
6. УМК Алгебра. 8 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Под редакцией С.А. Теляковского. Москва, издательство «Просвещение», 2010 г.
7. УМК Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. Под редакцией С.А. Теляковского. Москва, издательство «Просвещение», 2010 г.
8. Рабочая тетрадь «ЕГЭ 2011. Математика. Задача В12. Задачи на составление уравнений». Под редакцией А.Л. Семенова и И.В. Яценко. Москва, издательство МЦНМО, 2011 г.
9. «ЕГЭ 3000 задач с ответами. Математика»
Все задания группы В «Закрытый сегмент»
Под редакцией А.Л. Семенова и И.В. Яценко.
Москва, издательство «Экзамен», 2011 г.

10. ЕГЭ 2011. «Единый государственный экзамен. Типовые экзаменационные варианты. Математика» Под редакцией А.Л. Семенова и И.В. Ященко. Москва. Национальное образование. 2010 г.