

**Обобщающее повторение темы**  
**«Блок уравнения»**  
**в условиях новой формы ОГЭ-9.**

**Исполнитель: Е.А. Евтюшина**  
**МБОУ СОШ №9 г. Чехова,**  
**учитель математики.**

## **Содержание.**

<b>1. Введение.</b>	<b>стр3-6</b>
<b>2. Линейные уравнения.</b>	<b>стр6-9</b>
<b>3. Квадратные уравнения.</b>	<b>стр9-12</b>
<b>4. Решение уравнений с помощью замены переменной.</b>	<b>стр12-21</b>
<b>5. Заключение.</b>	<b>стр22</b>
<b>6. Литература.</b>	<b>стр23</b>

## **Введение.**

Государственная итоговая аттестация выпускников 9 классов, освоивших программу основного общего образования является средством получения независимой оценки знаний учащихся и может считаться элементом общероссийской системы оценки качества образования.

Экзаменационная работа состоит из двух частей. Первая часть направлена на проверку усвоения учащимися основных алгоритмов и правил, понимание смысла важнейших понятий и их свойств, содержания применяемых приемов, а также умение применять знания в простейших практических ситуациях. Учащиеся должны продемонстрировать определенную систему знаний, умение пользоваться разными математическими языками, распознавать стандартные задачи в разнообразных формулировках.

Вторая часть направлена на проверку уверенного владения учащимися формально-оперативным алгебраическим аппаратом, способностей к интеграции знаний из различных тем курса, владение широким набором приемов и способов рассуждения. Учащиеся должны продемонстрировать умение математически грамотно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения.

Тема проекта: «Решение уравнений». Программа составлена для проведения занятий по обобщающему повторению в классах с различным уровнем усвоения учебного материала и различной мотивацией обучения в 9 классе. Программа рассчитана на 7 часов.

**Тематическое планирование занятий.**

№ п/п	Изучаемая тема	Кол. часов
1.	Решение линейных уравнений.	2
2.	Решение квадратных уравнений	2
3.	Решение уравнений с помощью замены переменной.	3

**Цель занятий:**

- развитие математических способностей: логически мыслить, умения

анализировать, обобщать, делать выводы через усвоение различных методов

решения уравнений;

- преодоление психологического барьера, связанного с новой формой

проведения итоговой аттестации по математике, и обретение уверенности в своих силах.

**Задачи занятий:**

- обобщить понятия: «уравнение», «корень уравнения»;
- систематизировать основные методы решения уравнений, научиться применять их в новых нестандартных ситуациях;
- приобрести навыки работы с тестами, совершенствовать навыки самостоятельной работы, работы в группах;
- совершенствовать навыки самоконтроля.

Понятие «уравнение» – одно из фундаментальных понятий школьного курса математики.

Умение решать уравнения различных видов позволяет обеспечить базовую подготовку школьника для успешного прохождения итоговой аттестации по математике за курс основной школы. Кроме того, это может помочь ученику оценить как свой потенциал с точки зрения перспективы дальнейшего образования, так и повысить уровень своей общей математической культуры.

*Учащийся должен знать:*

- понятия «уравнение», «корень уравнения»,
- виды уравнений,
- основные методы решения уравнений;

*учащийся должен уметь:*

- различать виды уравнений,

- решать уравнения, приводимых к линейным и квадратным, в результате несложных преобразований,
- решать целые уравнения на основе условия равенства нулю произведения;
- выбирать и верно записывать ответ;

учащийся *должен владеть:*

- анализом и самоконтролем,
- способами решения уравнения,
- методами исследования ситуаций, в которых результат принимает те или иные формы.

Для проведения занятий по повторению данной темы необходимо: - повторить, обобщить и систематизировать знания учащихся по решению линейных и квадратных уравнений;

### 1) **Линейные уравнения.**

Определения. Уравнение вида  $ax = b$ , где  $x$  - переменная,  $a$  и  $b$  - некоторые числа, называется линейным уравнением с одной переменной.

$$ax = b, a \neq 0$$

$$x = \frac{b}{a}$$

Частные случаи:

1)  $ax = b, a = 0, b = 0, 0x = 0$ ,  $X$  - любое число

2)  $ax = b, a = 0, b \neq 0, 0x = b$ , Решений нет.

7

Примеры.

1) Какие из чисел 2; -2; 0,5; -0,5 являются корнем уравнения  $5x - 7 = 3$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить линейное уравнение.*

2) Решите уравнение  $6x = -50$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить линейное уравнение.*

3) Решите уравнение  $12x - 1 = 35$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить линейное уравнение.*

4) Решите уравнение  $2x + 9 = 13 - x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить уравнение.*

*Вспомогательный элемент: перенос слагаемых из одной части уравнения в другую, приведение подобных слагаемых.*

5) Решите уравнение  $(13x - 15) - (9 - 6x) = -3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить линейное уравнение*

*Вспомогательный элемент: раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых.*

6) Решите уравнение  $2x - 5,5 = 3(2x - 1,5)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить линейное уравнение*

*Вспомогательный элемент: раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых.*

7) При каком значении переменной значение выражения  $8b - 27$  равно  $-11$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить линейное уравнение*

*Вспомогательный элемент: составить линейное уравнение*

8) При каком значении переменной значение выражений  $2m - 13$  и  $m + 3$  равны?

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить линейное уравнение*

*Вспомогательный элемент: составить линейное уравнение*

9) При каком значении переменной значение выражения  $2x + 1$  на 20 больше значения выражения  $8x + 5$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить линейное уравнение*

*Вспомогательный элемент: составить линейное уравнение*

10) При каком значении переменной значение выражения  $9 - y$  в 2 раза больше значения выражения  $y$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_



*Основной элемент: решить линейное уравнение*

*Вспомогательный элемент: составить линейное уравнение*

9

11) Решите уравнение  $(3x + 1)(6 - 4x) = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить уравнение*

*Вспомогательный элемент: свойство равенства 0 произведения*

12) Решите уравнение  $\frac{x}{3} + \frac{x}{12} = -5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить уравнение*

*Вспомогательный элемент: умножение обеих частей уравнения на общий знаменатель*

13) Решите уравнение  $\frac{x+9}{3} - \frac{x-1}{2} = 2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить уравнение*

*Вспомогательный элемент: умножение обеих частей уравнения на общий знаменатель*

### **1) Квадратные уравнения.**

Уравнения вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , где  $x$  - переменная,  $a, b, c$  - некоторые числа, называется квадратным.

Неполные квадратные уравнения

1) Каждое уравнение соотнесите с множеством его корней:

1)  $x^2 = x$       2)  $x^2 = -x$       3)  $x^2 = -1$       4)  $x^2 = 1$

10

а) 1 и -1      б) 0 и 1      в) 0 и -1      г) корней нет

1	2	3	4

*Основной элемент: решить неполное квадратное уравнение.*

*Вспомогательный элемент: разложение на множители  
многочлена*

2) Решите уравнение  $3x^2 + x = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить неполное квадратное уравнение.*

*Вспомогательный элемент: разложение на множители  
многочлена*

3) Решите уравнение  $3x^2 - 27 = 0$ .

Ответ:

*Основной элемент: решить неполное квадратное уравнение.*

*Вспомогательный элемент: разложение на множители  
многочлена с помощью формулы сокращённого умножения.*

—

Квадратные уравнения решаются по формуле

$$D = b^2 - 4ac.$$

$D > 0$ , уравнение имеет 2 корня.

11

$D = 0$ , уравнение имеет 1 корень.

$D < 0$ , корней нет.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

1) Какие из чисел  $1; 2; 3 - \sqrt{2}; -7 + \sqrt{2}$  являются корнями квадратного трехчлена  $x^2 - 6x + 7$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решить квадратное уравнение*

2) Имеет ли квадратный трехчлен корни, и если имеет, то сколько:

$$9x^2 - 12x - 4$$

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: найти дискриминант квадратного уравнения*

3) Решите уравнение  $2x^2 + 3x - 5 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: Решить квадратное уравнение.*

4) Решите уравнение  $x(2x + 1) = 3x + 4$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: решит квадратное уравнение*

*Вспомогательный элемент: алгебраическое преобразование выражения.*

5) Какое выражение надо подставить вместо многоточия, чтобы было верным равенство  $3x^2 + 5x - 2 = 3(x + 2)(\dots)$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_

*Основной элемент: разложение многочлена на множители*

*Вспомогательный элемент: решение квадратного уравнения*

6) Найдите корни уравнения

$$\frac{(x-2)(x+3)}{x-3} = 0$$

А. 2.      Б. 3.      В. 2;-3.      Г. 2;3;-3.

*Основной элемент: свойство равенства нулю дроби.*

### **Решение уравнений с помощью замены переменной.**

Задания второй части экзаменационной работы носят комплексный характер. Их выполнение требует уверенного владения математическим аппаратом, способности к интеграции знаний из различных тем курса, владения широким набором приемов и способов рассуждений.

1. Биквадратные уравнения

$$x^4 + 2x^2 - 8 = 0.$$

Пусть  $x^2 = t$ ,  $t \geq 0$ ,

тогда  $t^2 + 2t - 8 = 0$ .

По теореме Виета

$$\begin{cases} t = -4, t = 2 \\ t \geq 0 \end{cases}$$

$$t = 2.$$

Получили:

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}, x = -\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{2}; \sqrt{2}.$$

*Основной элемент: решение квадратного уравнения*

Примеры:

а)  $x^4 - 7x^2 + 12 = 0.$

б)  $2x^4 - 19x^2 + 9 = 0.$

в)  $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0.$

2.  $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60$

Пусть  $x^2 + 4x = t$ , тогда

$$t(t - 17) = -60;$$

$$t^2 - 17t + 60 = 0.$$

$$t = 12, t = 5.$$

Получили:

$$x^2 + 4x = 12,$$

$$x^2 + 4x = 5,$$

$$x^2 + 4x = 0;$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0;$$

$$x = -6, x = 2.$$

$$x = -5, x = 1.$$

$$\text{Ответ: } -6; -5; 1; 2.$$

*Основной элемент: решение уравнения*

*Вспомогательный элемент: решение уравнения с помощью алгебраических преобразований*

Примеры:

$$(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) + 24 = 0$$

$$(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) + 1 = 0$$

14

3. Решить уравнение:

$$\left(\frac{x^2-3x}{2} + 3\right)\left(\frac{x^2-3x}{2} - 4\right) + 10 = 0;$$

Пусть  $\frac{x^2-3x}{2} = t$ , тогда

$$(t + 3)(t - 4) + 10 = 0,$$

$$t^2 + 3t - 4t - 12 + 10 = 0,$$

$$t^2 - t - 2 = 0,$$

$$t = 2, t = -1$$

Получили:

$$\frac{x^2-3x}{2} = 2,$$

$$\frac{x^2-3x}{2} = -1,$$

$$x^2-3x=4$$

$$x^2-3x=-2$$

$$x^2-3x-4=0$$

$$x^2-3x+2=0$$

$$x=4, x=-1.$$

$$x=2, x=1.$$

Ответ: -1;1;2;4.

*Основной элемент: решение уравнения*

*Вспомогательный элемент: решение уравнения с помощью алгебраических преобразований*

Примеры:

$$\left(2 - \frac{x^2+2x}{3}\right)\left(4 - \frac{x^2+2x}{3}\right) = 3.$$

4. Найдите сумму корней уравнения

$$(x - 5)^4 - 3(x - 5)^2 - 4 = 0.$$

Пусть  $(x - 5)^2 = t, t \geq 0$ , тогда

$$t^2 - 3t - 4 = 0.$$

$$t=4, t=-1$$

15

$$t \geq 0$$

$$t=4$$

Получили:

$$(x - 5)^2 = 4$$

$$x-5=4, \quad x-5=-4$$

$$x=9 \quad x=1$$

Ответ: 10.

*Основной элемент решение уравнения с помощью замены  
переменной*

Примеры: Решите уравнения

$$a) (x + 2)^4 + 5(x + 2)^2 - 36 = 0.$$

$$б) (x + 3)^4 - 3(x + 3)^2 + 2 = 0.$$

5.Решите уравнение:

$$x + \sqrt{x} - 20 = 0.$$

Пусть  $\sqrt{x} = t$ ,  $t \geq 0$ , тогда

$$t^2 + t - 20 = 0,$$

$$\begin{cases} t = -5, t = 4 \\ t \geq 0 \end{cases}$$

$$t = 4$$

Получили:

$$\sqrt{x} = 4,$$

$$x = 16.$$

Ответ: 16.

*Основной элемент: решить уравнение с помощью замены переменной.*

*Вспомогательный элемент: решение квадратного уравнения*

Примеры:

а)  $x - 6\sqrt{x} - 27 = 0$ .

б)  $x - \sqrt{x} - 12 = 0$ .

б) Найдите наибольший корень уравнения:

$$(x - 2)^2 (x^2 - 4x + 3) = 12$$

$$(x^2 - 4x + 4) (x^2 - 4x + 3) = 12$$

Пусть  $x^2 - 4x + 3 = t$ , тогда

$$(t+1)t=12$$

$$t^2+t-12=0;$$

$$t=-4, t=3.$$

Получили:

$$x^2-4x+3=-4$$

$$x^2-4x+3=3$$

$$x^2-4x+7=0$$

$$x(x-4) = 0$$

$D < 0$ , корней нет.

$$x = 0, x = 4.$$

Ответ: 4.

*Основной элемент: решить уравнение с помощью замены переменной.*

*Вспомогательный элемент: применение формулы сокращённого умножения.*

Примеры:

а)  $(x^2+6x)^2 - 2(x+3)^2 = 60$ ;

б)  $(x^2-7x+13)^2 - (x-3)(x-4) = 1$ ;



в)  $(x^2-5x+7)^2-(x-3)(x-2)$ .

7) Найдите наименьший корень уравнения:

$$(x-2)(x+1)(x+2)(x+3)=60;$$

Уравнение вида

$$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)=m$$

Множители необходимо сгруппировать, так чтобы

$$a + d = b + c$$

$$(x-2)(x+3)(x-1)(x+2)=60;$$

$$(x^2+x-6)(x^2+x-2)=60;$$

Пусть  $x^2+x-2=t$ , тогда

$$(t-4)t=60;$$

$$t^2-4t-60=0;$$

$$t = 10, t = -6.$$

Получили:

$$x^2+x-12=0$$

$$x^2+x+4=0$$

$$x=-4, x=3.$$

$D < 0$ , корней нет.

Ответ: -4;3.

*Основной элемент: уравнение, сводящееся к квадратному с помощью алгебраических преобразований.*

*Вспомогательный элемент: решить квадратное уравнение.*

Примеры:

а)  $x(x+1)(x+2)(x+3)=120;$

б)  $(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)=1680;$

в)  $x(x+1)(x+5)(x+6)+96=0.$

8) Решите уравнение:

$$\frac{x^2+x-5}{x} + \frac{3x}{x^2+x-4} + 4 = 0,$$

Пусть  $\frac{x^2+x-5}{x} = t$ , тогда

$$t + \frac{3}{t} + 4 = 0;$$

$$t^2 + 4t + 3 = 0;$$

$$\begin{cases} t^2 + 4t + 3 = 0 \\ t \neq 0 \end{cases}$$

$$t = -1, t = -3.$$

Получили:

$$\frac{x^2+x-5}{x} = -3$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$x = -5, x = 1.$$

$$\frac{x^2+x-5}{x} = -1$$

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 5 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$x = -1 - \sqrt{6}, x = -1 + \sqrt{6}.$$

Ответ: -5; 1;  $-1 - \sqrt{6}$ ;  $-1 + \sqrt{6}$ .

*Основной элемент: решить уравнение с помощью замены переменной.*

*Вспомогательный элемент: решение квадратного уравнения*

Примеры:

$$а) \frac{x^2-14}{x} - \frac{10x}{x^2-14} = 3$$

$$б) \frac{x-1}{x} - \frac{3x}{2x-2} = \frac{5}{2}$$

$$в) \frac{x^2-3x-6}{x} - \frac{8x}{x^2-2x+3} = -2$$

9) Решите уравнение:

$$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{x^2+2x} - \frac{1}{x^2+2x+1} = \frac{1}{12}$$

Пусть  $x^2 + 2x = t$ , тогда

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{t+1} = \frac{1}{12};$$

$$\frac{12t+12-12t-t^2-t}{12t(t+1)} = 0;$$

$$\begin{cases} t^2 + t - 12 = 0 \\ t \neq 0 \\ t \neq -1 \end{cases};$$

$$t=-4, t=3.$$

Получили:

$$x^2+2x=-4$$

$$x^2+2x=3$$

$$x^2+2x+4=0$$

$$x^2+2x-3=0$$

$D < 0$ , корней нет.

$$x=-3, x=1.$$

Ответ: -3;1.

*Основной элемент: уравнение, сводящееся к квадратному с помощью алгебраических преобразований.*

*Вспомогательный элемент: решить квадратное уравнение.*

Примеры:

$$a) \frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x(x-4)} = \frac{4}{3}$$

$$б) \frac{12}{(x+1)(x+5)} + \frac{15}{(x+2)(x+4)} = 2$$

$$в) \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{9}{(x-1)(x+5)} = -1.$$

10) Решите уравнение.

$$\left(x - \frac{2x}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} = 5;$$

$$\left(\frac{x^2}{x+2}\right)^2 + \frac{4x^2}{x+2} = 5;$$

Пусть  $\frac{x^2}{x+2} = t$ , тогда

$$t^2 + 4t - 5 = 0;$$

$$t = -5, t = 1.$$

Получили:

$$\frac{x^2}{x+2} = -5;$$

$$\frac{x^2}{x+2} = 1;$$

$$\begin{cases} x^2 + 5x + 10 = 0 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$D < 0$ , корней нет.

$$x = 2, x = -1.$$

Ответ: -1; 2.

*Основной элемент: уравнение, сводящееся к квадратному с помощью алгебраических преобразований.*

*Вспомогательный элемент: решить квадратное уравнение.*

Примеры:

$$a) \left(x + \frac{3x}{x-3}\right)^2 = 4 - \frac{3x^2}{x-3}$$

21

11) Решите уравнение

$$7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9.$$

Пусть  $x + \frac{1}{x} = t$ ,

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = t^2;$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2;$$

Тогда

$$7t - 2(t^2 - 2) = 9;$$

$$7t - 2t^2 + 4 - 9 = 0$$

$$2t^2 - 7t + 5 = 0;$$

$$t = 1, t = \frac{5}{2}.$$

Получили:

$$x + \frac{1}{x} = 1,$$

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} x^2 - x + 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$D < 0$ , корней нет.

$$D = 25 - 16 = 9.$$

$$x = 2, x = \frac{1}{2}.$$

Ответ: 0,5; 2.

*Основной элемент: решение возвратного уравнения.*

*Вспомогательный элемент: уравнение, сводящееся к квадратному с помощью алгебраических преобразований.*

Примеры:

$$a) 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 11\left(x - \frac{1}{x}\right) + 8 = 0.$$

$$b) \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 6.$$

$$b) 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 12\left(x + \frac{1}{x}\right) = 47$$

### Заключение

Проект рекомендуется применять на уроках обобщающего повторения в 9 классах, т.к. материал по разделам «Линейные уравнения», «Квадратные уравнения» подобран с учётом требований кодификатора, то разработанная система задач будет лучшим образом, чем традиционный набор задач, будет помогать учителю при подготовке учащихся к итоговой аттестации в новой форме.

### Литература.

1. Л.В. Кузнецова, С.Б.Суворова, Е.А. Бунемович, Т.В.Колесникова, Л.О. Рослова. Сборник заданий для подготовки государственной итоговой аттестации в 9 классе, М.: Просвещение 2011.
2. В.В. Кочагин, М.Н. Кочагина, ГИА 2011: Алгебра: сборник заданий: 9 класс. М.: Эксмо 2010.
3. Алгебра 9 класс. Предпрофильная подготовка, итоговая аттестация-2009г. Под редакцией Ф.Ф.Лысенко.- Ростов-на-Дону: Легион, 2009.
4. Алгебра: учебники для 8, 9 классов общеобразовательных учреждений / Мордкович А.Г. и др.- М.: Мнемозина, 2008.
5. Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс/ Кузнецова Л.В., Бунимович Е.А., Пигарев Б.П., Суворова С.Б. – М.: Дрофа, 2010 г.
6. Студенецкая В.Н., Сагателова Л.С.. Сборник элективных курсов. Математика 8 – 9. – Волгоград: Учитель, 2006.
7. Тематические тесты «Алгебра 8», «Алгебра 9».- М.: Центр тестирования РФ.
8. С.А.Шестаков Сборник задач для подготовки и проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. М.: Астрель. 2008 г.
9. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Алгебраический тренажёр. Пособие для школьников и абитуриентов, М.: «Илекса», 2007.  
В.В. Кочагин, М.Н. Кочагина, ГИА 2011: Алгебра: сборник заданий: 9 класс. М.: Эксмо 2010.

