

Подготовка к ОГЭ по математике

Задание 21

«Алгебраические выражения. Уравнения и неравенства»

1. Сократите дробь:

a) $\frac{x^3+5x^2-9x-45}{(x-3)(x+5)}$; b) $\frac{x^3-4x^2-9x+36}{(x-4)(x+3)}$;

c) $\frac{x^3-3x^2-4x+12}{(x-3)(x+2)}$; d) $\frac{x^3+2x^2-16x-32}{(x+2)(x+4)}$.

2. Сократите дробь:

a) $\frac{ab-3b-2a+6}{a^2-9}$; b) $\frac{a^2-9}{ab+3b-2a-6}$;

c) $\frac{ab+4b-20-5a}{a^2-16}$; d) $\frac{ab+4b-2a-8}{a^2-16}$.

3. Сократите дробь:

a) $\frac{18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n-2}}$; b) $\frac{12^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}}$;

c) $\frac{20^n}{2^{2n-2} \cdot 5^{n-2}}$; d) $\frac{50^n}{5^{2n-1} \cdot 2^{n-1}}$;

e) $\frac{45^n}{3^{2n-1} \cdot 5^{n-2}}$; f) $\frac{75^n}{5^{2n-1} \cdot 3^{n-2}}$;

g) $\frac{36^n}{3^{2n-1} \cdot 4^{n-2}}$; h) $\frac{48^n}{4^{2n-1} \cdot 3^{n-3}}$;

i) $\frac{80^n}{4^{2n-1} \cdot 5^{n-2}}$; j) $\frac{100^n}{5^{2n-1} \cdot 4^{n-2}}$.

4. Сократите дробь:

a) $\frac{(2x)^2 \cdot x^{-9}}{x^{-15} \cdot 5x^8}$; b) $\frac{(4x)^3 \cdot x^{-5}}{x^{-7} \cdot 5x^5}$;

c) $\frac{(4x)^2 \cdot x^{-7}}{x^{-8} \cdot 2x^3}$; d) $\frac{(6x)^2 \cdot x^{-4}}{x^{-10} \cdot 4x^8}$.

5. Упростите выражение:

a) $\frac{9}{x-3} - \frac{3x}{(x-3)^2} : \frac{3x}{x^2-9} - \frac{2x-3}{x-3}$;

b) $\frac{3c}{c+2} - \frac{c}{(c+2)^2} : \frac{c}{c^2-4} - \frac{4c+6}{c+2}$;

c) $\frac{3}{b-1} + \frac{b}{(b-1)^2} : \frac{b}{b^2-1} - \frac{3b+2}{b-1}$;

d) $\frac{1}{a+1} - \frac{a}{a^2-1} : \frac{a}{(a-1)^2} - \frac{3a+6}{a+1}$.

6. Найдите значение выражения:

a) $61a-11b+50$, если $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$;

b) $39a-15b+25$, если $\frac{3a-6b+4}{6a-3b+4} = 7$;

c) $31a-4b+55$, если $\frac{a-4b+7}{4a-b+7} = 8$;

d) $41a-11b+15$, если $\frac{4a-9b+3}{9a-4b+3} = 5$.

7. Решите уравнение:

a) $x^3+4x^2=9x+36$; b) $x^3+7x^2=4x+28$;

c) $x^3+5x^2=9x+45$; d) $x^3+6x^2=4x+24$.

8. Решите уравнение:

a) $x^3=x^2+6x$; b) $x^3=2x^2+3x$;

c) $x^3=3x^2+4x$; d) $x^3=2x^2+15x$.

9. Решите уравнение:

a) $x^3+5x^2-x-5=0$; b) $x^3+2x^2-x-2=0$;

c) $x^3+5x^2-9x-45=0$; d) $x^3+4x^2-x-4=0$.

10. Решите уравнение :

a) $(x-2)^2(x-3)=12(x-2)$;

b) $(x-2)^2(x-3)=20(x-2)$;

c) $(x-3)^2(x-5)=35(x-3)$;

d) $(x-2)^2(x-4)=24(x-2)$.

11. Решите уравнение :

a) $x(x^2+2x+1)=2(x+1)$;

b) $(x-1)(x^2+4x+4)=4(x+2)$;

c) $x(x^2+6x+9)=4(x+3)$;

d) $(x-1)(x^2+8x+16)=6(x+4)$

12. Решите уравнение

- a) $(x+5)^3=25(x+5)$; b) $(x+3)^3=9(x+3)$;
c) $(x+2)^3=16(x+2)$; d) $(x+2)^3=4(x+2)$.

13. Решите уравнение

- a) $(4x-8)^2(x-8)=(4x-8)(x-8)^2$;
b) $(2x-4)^2(x-4)=(2x-4)(x-4)^2$;
c) $(2x-5)^2(x-5)=(2x-5)(x-5)^2$;
d) $(2x-6)^2(x-6)=(2x-6)(x-6)^2$.

14. Решите уравнение

- a) $(x-3)(x-4)(x-5)=(x-2)(x-4)(x-5)$;
b) $(x-2)(x-4)(x-6)=(x-4)(x-5)(x-6)$;
c) $(x-4)(x-5)(x-6)=(x-2)(x-5)(x-6)$;
d) $(x-2)(x-3)(x-5)=(x-2)(x-4)(x-5)$.

15. Решите уравнение:

- a) $x^2-2x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+8$;
b) $x^2-3x+\sqrt{6-x}=\sqrt{6-x}+28$;
c) $x^2-3x+\sqrt{6-x}=\sqrt{6-x}+40$;
d) $x^2-3x+\sqrt{3-x}=\sqrt{3-x}+10$.

16. Найдите корень уравнения:

- a) $(x+3)^2=(x+8)^2$; b) $(x-5)^2=(x+10)^2$;
c) $(x+9)^2=(x+6)^2$; d) $(x+10)^2=(x-9)^2$.

17. Решите уравнение:

- a) $(x^2-36)^2+(x^2+4x-12)^2=0$;
b) $(x^2-9)^2+(x^2-2x-15)^2=0$;
c) $(x^2-49)^2+(x^2+4x-21)^2=0$;
d) $(x^2-4)^2+(x^2-3x-10)^2=0$.

18. Решите уравнение:

- a) $(x+2)^4-4(x+2)^2-5=0$;
b) $(x+1)^4+(x+1)^2-6=0$;
c) $(x+3)^4+2(x+3)^2-8=0$;
d) $(x-1)^4-2(x-1)^2-3=0$.

19. Решите уравнение:

- a) $x^4=(2x-15)^2$; b) $x^4=(3x-10)^2$;
c) $x^4=(4x-5)^2$; d) $x^4=(x-12)^2$.

20. Решите неравенство:

- a) $(x-1)^2<\sqrt{2}(x-1)$; b) $(x-2)^2<\sqrt{3}(x-2)$;
c) $(x-3)^2<\sqrt{5}(x-3)$; d) $(x-4)^2<\sqrt{6}(x-4)$.

21. Решите неравенство:

- a) $\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0$ b) $\frac{-11}{(x-2)^2-3} \geq 0$
c) $\frac{-10}{(x-3)^2-5} \geq 0$ d) $\frac{-13}{(x-4)^2-6} \geq 0$

22. Решите систему уравнений:

- a) $\begin{cases} 2x - y = -8, \\ \frac{x-1}{3} + \frac{y}{2} = -1; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = -8, \\ \frac{x}{4} + \frac{y-2}{3} = -1; \end{cases}$
c) $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ \frac{x}{4} + \frac{y+6}{3} = 3; \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x - y = -8, \\ \frac{x-1}{2} + \frac{y}{3} = 1. \end{cases}$

23. Решите систему уравнений:

- a) $\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x^2 - 4x = y, \\ 3x - 4 = y; \end{cases}$
c) $\begin{cases} 2x^2 - 5x = y, \\ 2x - 5 = y; \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x^2 - x = y, \\ 2x - 1 = y; \end{cases}$

24. Решите систему уравнений

- a) $\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x^2 + y = 4, \\ 4x^2 - y = 2; \end{cases}$
c) $\begin{cases} 3x^2 + y = 6, \\ 4x^2 - y = 1; \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 6x^2 - y = 2. \end{cases}$

25. Решите систему уравнений:

a)
$$\begin{cases} 2x^2 + 3y^2 = 11, \\ 4x^2 + 6y^2 = 11x; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x^2 + 4y^2 = 24, \\ 4x^2 + 8y^2 = 24x; \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 31, \\ 2x^2 + 6y^2 = 31x; \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 36, \\ 10x^2 + 2y^2 = 36x. \end{cases}$$

Ответы.

№ п/п	a.	b.	c.	d.
1.	$x + 3$	$x - 3$	$x - 2$	$x - 4$
2.	$\frac{b-2}{a+3}$	$\frac{a-3}{b-2}$	$\frac{b-5}{a-4}$	$\frac{b-2}{a-4}$

№ п/п	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.	i.	j.
3.	12	24	100	10	75	45	48	108	100	80

№п/п	a.	b.	c.	d.
4.	$\frac{4}{5}$	$\frac{64}{5}$	8	9
5.	-3	-2	-2	-4
6.	10	1	6	3
7.	-4; -3; 3	-7; -2; 2	-5; -3; 3	-6; -2; 2
8.	-2; 0; 3	-1; 0; 3	-1; 0; 4	-3; 0; 5
9.	-5; -1; 1	-2; -1; 1	-5; -3; 3	-4; -1; 1
10.	-1; 2; 6	-2; 2; 7	-2; 3; 10	-2; 2; 8
11.	-2; -1; 1	-3; -2; 2	-4; -3; 1	-5; -4; 2
12.	-10; -5; 0	-6; -3; 0	-6; -2; 2	-4; -2; 0
13.	0; 2; 8	0; 2; 4	0; 2,5; 5	0; 3; 6
14.	4; 5	4; 6	5; 6	2; 5
15.	-2	-4	-5	-2
16.	-5,5	-2,5	-7,5	-0,5
17.	-6	-3	-7	-2
18.	$-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}$	$-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2}$	$-3 - \sqrt{2}; -3 + \sqrt{2}$	$-1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}$
19.	-5; 3	-5; 2	-5; 1	-4; 3
20.	$(1; 1 + \sqrt{2})$	$(2; 2 + \sqrt{3})$	$(3; 3 + \sqrt{5})$	$(4; 4 + \sqrt{6})$
21.	$(1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$	$(2 - \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3})$	$(3 - \sqrt{5}; 3 + \sqrt{5})$	$(4 - \sqrt{6}; 4 + \sqrt{6})$
22.	$(-3,5; 1)$	$(-4; 2)$	$(2; 1,5)$	$(-1; 6)$
23.	$(\frac{2}{3}; 0); (1; 1)$	$(\frac{4}{3}; 0); (1; -1)$	$(2,5; 0); (1; -3)$	$(0,5; 0); (1; 1)$
24.	$(1; 1); (-1; 1)$	$(1; 2); (-1; 2)$	$(1; 3); (-1; 3)$	$(1; 4); (-1; 4)$
25.	$(2; 1); (2; -1)$	$(2; 2); (2; -2)$	$(2; 3); (2; -3)$	$(2; 4); (2; -4)$