

A4. Найдите производную функции $f(x) = \frac{x(x^2-3)}{1+x}$

1) $f' = (3x^2-3)/(1+x)^2$

3) $f' = (4x^3+3x^2-6x-3)/(1+x)^2$

2) $f' = (3x^2-3)/(1+x)^2$

4) $f' = (-x^4+3x^3+6x^2-3)/(1+x)^2$

B1. К какому числу стремится функция $f(x) = 3x/x^2 + 2$ при $x \rightarrow 2$

B2. Найдите значение производной функции $f(x) = \frac{8}{x^2} - \sqrt{x}$ в точке $x_0 = 4$

C1. Решите уравнение $f'(x) = 0,2x^5 - 0,25x^4 - x^2 - 4x$.

Вариант 2

A1. Найдите приращение функции $f(x) = (2-x)^3$ в точке x_0 , если $x_0 = 2, \Delta x = 0,5$.

1) -0,125

2) -1,125

3) -1,125

4) 0,125

A2. Какая из данных функций не является непрерывной хотя бы в одной точке промежутка $(0; \infty)$?

1) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-5}$

2) $p(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x}}$

3) $g(x) = 7x^2 - \sqrt{x}$

4) $q(x) = x^2 - 5$

A3. Найдите производную функции $y = x^2(1-2x)$

1) $y' = x - 4x^2$

$$2) y' = 2x + 6x^2$$

$$3) y' = 2x - 6x^2$$

$$4) y' = 4x - 6x^2$$

A4. Найдите производную функции $f(x) = \frac{x(x^2+4)}{2+x}$

$$1) f'(x) = \frac{4x^3+6x^2+8x+8}{(2+x)^2}$$

$$2) f'(x) = \frac{-x^3+2x^2}{(2+x)^2}$$

$$3) f'(x) = \frac{3x^2+4}{(2+x)^2}$$

$$4) f'(x) = \frac{2x^3+6x^2+8x}{(2+x)^2}$$

B1. К какому числу стремится функция $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$, если $x \rightarrow -1$

B2. Найдите производную функции $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{64}{x^3}$ в точке $x_0 = 4$.

C1. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x$.

Вариант 3

A1. Найдите приращение функции $f(x) = (x+1)^3$ в точке $x_0 = -1$, $\Delta x = 0,5$.

$$1) 1,125$$

$$2) 0,125$$

$$3) -0,875$$

$$4) 1,875$$

A2. Какая из данных функций не является непрерывной хотя бы в одной точке промежутка $(0; \infty)$?

$$1) f(x) = x^2 - 3$$

$$2) p(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x}}$$

$$3) g(x) = 7x^2 - 2\sqrt{x}$$

$$4) p(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-3}$$

A3. Найдите производную функции $y = x(2 - x^2)$.

1) $y' = -3x$

2) $y' = 4x + x^2$

3) $y' = 2 - 3x^2$

4) $y' = 4 - 2x^2$

A4. Найдите производную функции $f(x) = \frac{x(x^2-4)}{2+x}$.

1) $f'(x) = \frac{2x^3+6x^2-8}{(2+x)^2}$

2) $f'(x) = \frac{3x^2-4}{(2+x)^2}$

3) $f'(x) = \frac{4x^3+6x^2-8x+2}{(2+x)^2}$

4) $f'(x) = \frac{-x^4+3x^3+6x^2-4}{(2+x)^2}$

B1. К какому числу стремится функция $f(x) = \frac{5x}{2-x^2}$, если $x \rightarrow 2$

B2. Найдите производную функции $f(x) = 3\sqrt{x} - \frac{81}{x}$ в точке $x_0 = 9$.

C1. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если

$$f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 6x + 2.$$

Вариант 4

A1. Найдите приращение функции $f(x) = (x - 1)^3$ в точке x_0 , если $x_0 = 1$, $\Delta x = -0,5$.

1) 1,125

2) 0,125

3) -0,125

4) 1,125

A2. Какая из данных функций не является непрерывной хотя бы в одной точке промежутка $(0; \infty)$?

1) $f(x) = x^2 - 4$

2) $p(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x}}$

3) $g(x) = x^2 - 4\sqrt{x}$

$$4) p(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-4}$$

A3. Найдите производную функции $y = x^2(1 + 3x)$.

$$1) y' = 2x + 9x^2$$

$$2) y' = 2 + 9x^2$$

$$3) y' = 4x + 6x^2$$

$$4) y' = 4x + 2x^2$$

A4. Найдите производную функции $f(x) = \frac{x(x^2-2)}{3+x}$.

$$1) f'(x) = \frac{4x^3+9x^2-4x-6}{(3+x)^2}$$

$$2) f'(x) = \frac{3x^2-2}{(3+x)^2}$$

$$3) f'(x) = \frac{2x^3+9x^2-6}{(3+x)^2}$$

$$4) f'(x) = \frac{-x^4+3x^3+6x^2-2}{(3+x)^2}$$

B1. К какому числу стремится функция $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$, если $x \rightarrow -1$.

B2. Найдите производную функции $f(x) = \frac{625}{x} - 8\sqrt{x}$ в точке $x_0 = 25$.

C1. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если

$$f(x) = 0,2x^5 + 0,5x^4 - 3x^2 - 9x + 6.$$

Тест 2. Производная сложной функции. Производные тригонометрических функций

Вариант 1

A1. Даны функции $f(x) = 1 - 2x$ и $g(y) = \sqrt{y}$. Какая из следующих функций имеет вид $h(x) = g(f(x))$?

$$1) h(x) = 1 - x\sqrt{2}$$

$$2) h(x) = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$3) h(x) = 1 - \sqrt{2x}$$

$$4) h(x) = \sqrt{1 - 2x}$$

A2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{0,25 - x^2}$.

- 1) $[-0,5; 0,5]$
- 2) $[0,5; \infty)$
- 3) $(-\infty; -0,5] \cup [0,5; \infty)$
- 4) $[0; 0,5]$

A3. Найдите производную функции $y = (2x - 5)^{15}$.

- 1) $y' = 15(2x - 5)^{14}$
- 2) $y' = 30(2x - 5)^{14}$
- 3) $y' = (2x - 5)^{14}$
- 4) $y' = -30(2x - 5)^{14}$

A4. Найдите производную функции $y = 2\cos x - \sin x$.

- 1) $y' = -2\sin x - \cos x$
- 2) $y' = 2\sin x - \cos x$
- 3) $y' = -2\sin x + \cos x$
- 4) $y' = 2\sin x + \cos x$

A5. Найдите производную функции $y = 2\tg x - 1$ в точке $x_0 = \pi$.

- 1) 1
- 2) 2
- 3) -3
- 4) -1

B1. Найдите $f'(\frac{\pi}{3})$, если $f(x) = 2\cos \frac{x}{2}$.

B2. Найдите $g'(-1)$, если $g(x) = \sqrt{2 - x^4}$.

C1. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если

$$f(x) = x + \sin 5x \sin 3x + \cos 7x \cos 3x.$$

Вариант 2.

A1. Даны функции $f(x) = 2 - 3x$ и $g(y) = y^2$. Какая из следующих функций имеет вид $h(x) = g(f(x))$?

- 5) $h(x) = (2 - 3x)^2$
- 6) $h(x) = 2 - 3x^2$
- 7) $h(x) = 2 - 9x^2$
- 8) $h(x) = 4 - 9x^2$

A2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{0,36 - x^2}$.

- 5) $[0; 0,5]$
- 6) $[0,6; \infty)$
- 7) $(-\infty; -0,6] \cup [0,6; \infty)$
- 8) $[-0,6; 0,6]$

A3. Найдите производную функции $y = (3x - 2)^{12}$.

- 5) $y' = 12(3x - 2)^{11}$
- 6) $y' = 36x(3x - 2)^{11}$
- 7) $y' = 36(3x - 2)^{11}$
- 8) $y' = 12x(3x - 2)^{11}$

A4. Найдите производную функции $y = 3\sin x - \cos x$.

- 5) $y' = 3\cos x - \sin x$
- 6) $y' = 3\cos x + \sin x$
- 7) $y' = -3\cos x - \sin x$
- 8) $y' = -\cos x + \sin x$

A5. Найдите производную функции $y = 1 - 4\operatorname{tg} x$ в точке $x_0 = 0$.

- 5) 1
- 6) 2
- 7) -3
- 8) -4

B1. Найдите $f'(\frac{2\pi}{3})$, если $f(x) = 4\sin\frac{x}{2}$.

B2. Найдите $g'(1)$, если $g(x) = \frac{3}{(2-x)^3}$.

C1. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если

$$f(x) = x + \sin 7x \cos x - \cos 7x \sin 5x.$$

Вариант 3

A1. Даны функции $f(x) = 1 - 2\sqrt{x}$ и $g(y) = y^3$. Какая из следующих функций имеет вид $h(x) = g(f(x))$?

1) $h(x) = 1 - 2(\sqrt{x})^3$

2) $h(x) = 1 - (\sqrt{x})^3$

3) $h(x) = (1 - 2\sqrt{x})^3$

4) $h(x) = 1 - (\sqrt{2x})^3$

A2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{0,32 - 2x^2}$.

1) $(-\infty; -0,4] \cup [0,4; \infty)$

2) $[-0,4; 0,4]$

3) $[0;0,4]$

4) $[0,4; \infty)$

A3. Найдите производную функции $y = (2 - 5x)^{10}$.

1) $y' = -20(2 - 5x)^9$

2) $y' = 10(2 - 5x)^9$

3) $y' = -50x(2 - 5x)^9$

4) $y' = -50(2 - 5x)^9$

A4. Найдите производную функции $y = \cos x + 2\sin x$.

1) $y' = \sin x - 2\cos x$

2) $y' = -\sin x + 2\cos x$

3) $y' = -\sin x - 2\cos x$

4) $y' = \sin x + 2\cos x$

A5. Найдите производную функции $y = 4\operatorname{tg} x - 3x$ в точке $x_0 = 3\pi$.

1) 1

2) 2

3) -3

4) -4

B1. Найдите $f'(\frac{2\pi}{3})$, если $f(x) = 4\cos\frac{x}{4}$.

B2. Найдите $g'(-1)$, если $g(x) = \sqrt{x^3 + 2}$.

C1. Решите уравнение $f'(x) = 1$, если

$$f(x) = x + \sin 8x \cos x - \cos 8x \sin 5x$$

Вариант 4

A1. Даны функции $f(x) = \sqrt{1 - 2x}$ и $g(y) = y^5$. Какая из следующих функций имеет вид $h(x) = g(f(x))$.

1) $h(x) = (\sqrt{1 - 2x})^5$

2) $h(x) = 1 - (\sqrt{x})^3$

3) $h(x) = (1 - 2\sqrt{x})^3$

4) $h(x) = 1 - (\sqrt{2x})^3$

A2. Найдите область определения функции $y = \sqrt{2x^2 - 0,5}$.

1) $[-0,5; 0,5]$

2) $[0,5; \infty)$

3) $(-\infty; -0,5] \cup [0,5; \infty)$

4) $[0; 0,5]$

A3. Найдите производную функции $y = (2 - 3x)^{14}$.

1) $y' = -3(2 - 3x)^{14}$

2) $y' = -42(2 - 3x)^{13}$

3) $y' = 42(2 - 3x)^{13}$

4) $y' = 28(2 - 3x)^{13}$

A4. Найдите производную функции $y = \sin x - 3\cos x$.

1) $y' = \cos x + 3\sin x$

2) $y' = \cos x - 3\sin x$

3) $y' = -\sin x - 2\cos x$

4) $y' = -\cos x + 3\sin x$

A5. Найдите производную функции $y = 3 - 2\operatorname{tg} x$ в точке $x_0 = -\pi$.

1) 1

2) 2

3) -3

4) -2

B1. Найдите $f'(8\pi)$, если $f(x) = 2\sin \frac{x}{4}$.

B2. Найдите $g'(-1)$, если $g(x) = \frac{4}{(1+2x)^4}$.

C1. Решите уравнение $f'(x) = 6$, если

$$f(x) = x + \sin 2x \cos 3x - \cos 2x \sin 3x.$$

Тест 3. Применения непрерывности. Касательная к графику функции

Вариант 1

A1. Найдите промежутки непрерывности функции $f(x) = \frac{x^3 + 8}{2x + x^2}$

- 1) $(-\infty; 0); (2; \infty)$
- 2) $(-2; 0); (0; \infty)$
- 3) $(\infty; -2); (-2; 0); (0; \infty)$
- 4) $(-\infty; 0); (0; \infty)$

A2. Решите неравенство $\frac{(x-2)(x+3)}{x-1} \geq 0$

- 1) $[-3; 1) \cup [2; \infty)$
- 2) $(-\infty; -3) \cup (1; 2)$
- 3) $(-\infty; 0,3) \cup (1; 2]$
- 4) $[-3; -2) \cup [1; 0)$

A3. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{3}{x^2 - 1}} - 1$.

- 1) $(-2; -1) \cup (1; 2)$
- 2) $[-2; -1] \cup [1; 2]$
- 3) $[-2; -1) \cup (1; 2]$
- 4) $(-2; 2)$

A4. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через точку $M(\pi; 2)$, к графику функции $y = 2 \sin x$.

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

A5. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$

- 1) $y = x + 1$
- 2) $y = x - 1$
- 3) $y = -x - 1$
- 4) $y = -x + 1$

B1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке $x_0 = -1$. Найдите значение производной функции $y = f'(x)$ в точке $x_0 = -1$.

B1. Найдите сумму всех натуральных решений неравенства $\frac{x^2+x+2}{5-x} \gg 1$

C1. Под каким углом пересекается с осью Oу график функции $y=-x\cos 2x$?

Вариант 2

A1. Найдите промежутки непрерывности функции $f(x) = \frac{x^3-1}{x-x^2}$.

- 1) $(-\infty; 0); (0; \infty)$;
- 2) $(-\infty; -1); (-1;); (1; \infty)$
- 3) $(-\infty; 0); (0; 1); (1; \infty)$
- 4) $(-\infty; 1); (1; \infty)$

A2. Решите неравенство $\frac{(x-2)(x-3)}{x+1} \leq 0$.

- 1) $[-1; 2] \cup (3; \infty)$
- 2) $(-\infty; -1) \cup [2; 3]$
- 3) $[-1; 2] \cup [3; \infty)$
- 4) $(-\infty; -1) \cup (2; 3)$

A3. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{8}{x^2-1} - 1}$.

- 1) $(-3; -1) \cup (1; 3)$
- 2) $[-3; -1] \cup [1; 3]$
- 3) $[-3; -1) \cup (1; 3]$
- 4) $(-3; 3)$

A4. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через точку $M(3\pi; 2)$, к графику функции $y = 2 + \sin x$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) -1

A5. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 3 - 2x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$.

- 1) $y = -2x - 3$
- 2) $y = 2x + 3$
- 3) $y = -2x + 3$

4) $y = 2x - 3$

В1. Найдите сумму всех натуральных решений неравенства $\frac{x^2-3x+2}{5-x} \geq 1$.

С1. Под каким углом пересекается с осью Oy график функции $y = 2x \cdot \sin 2x$?

Вариант 3

А1. Найдите промежутки непрерывности функции $f(x) = \frac{x^3-8}{2x-x^2}$.

- 1) $(-\infty; -2); (-2; 0)$;
- 2) $(-\infty; 0); (0; \infty)$
- 3) $(-\infty; 2); (2; \infty)$
- 4) $(-\infty; 0); (0; 2); (2; \infty)$

А2. Решите неравенство $\frac{(x+2)(x-3)}{x+1} \geq 0$.

- 1) $[-2; -1] \cup [3; \infty)$
- 2) $(-\infty; -1) \cup (-1; 3)$
- 3) $[-\infty; 2] \cup (1; \infty]$
- 4) $[-3; -1) \cup [2; \infty)$

А3. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x^2+x-1}{x}} - 1$.

- 1) $(-3; -1) \cup (1; 3)$
- 2) $[-1; 0) \cup [1; \infty)$
- 3) $[-1; 0] \cup [1; \infty)$
- 4) $[-1; 1]$

А4. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через точку $M(\frac{\pi}{2}; 1)$, к графику функции $y = 1 - \cos x$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) -1

А5. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 2 - 5x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

- 1) $y = x + 6$

- 2) $y = -x + 6$
- 3) $y = -x - 6$
- 4) $y = x - 6$

B1. Найдите сумму всех натуральных решений неравенства $\frac{x^2+2x+2}{6-x} \geq 1$.

C1. Под каким углом пересекается с осью Oy график функции $y = x \cdot \cos 2x$?

Вариант 4

A1. Найдите промежутки непрерывности функции $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+x}$.

- 1) $(-\infty; 1); (0; \infty)$
- 2) $(-1; 1); (1; \infty)$
- 3) $(-\infty; -1); (-1; 0); (0; \infty)$
- 4) $(-\infty; 0); (0; \infty)$

A2. Решите неравенство $\frac{(x+2)(x-3)}{x-1} \leq 0$.

- 1) $[-2; 1) \cup (3; \infty)$
- 2) $(-\infty; -2) \cup (1; 3)$
- 3) $[-2; 1) \cup (3; \infty]$
- 4) $(-\infty; -2] \cup (1; 3]$

A3. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{x^2+2x-6}{x-1} - 2}$.

- 1) $(-2; 1) \cup (2; \infty)$
- 2) $(-2; 2)$
- 3) $[-2; 1] \cup [2; \infty)$
- 4) $[-2; 1) \cup [2; \infty)$

A4. Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через точку $M(-\frac{\pi}{2}; 1)$, к графику функции $y = 1 + \cos x$.

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) -1

A5. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = 1 + 3x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

- 1) $y = -x - 5$
- 2) $y = x + 5$
- 3) $y = -x + 5$
- 4) $y = x - 5$

B1. Найдите сумму всех натуральных решений неравенства $\frac{x^2+2x+9}{7-x} \geq 1$.

C1. Под каким углом пересекается с осью Oy график функции

$$y = -2x \cdot \sin 3x?$$

Тест 4. Производная в физике и технике

Вариант 1

A1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^2 - t^2 + 2t - 3$. найдите скорость точки в момент времени $t = 3$.

- 1) 5
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 6

A2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 2\cos 2t$.

Найдите скорость точки в момент времени $t = \frac{3}{4}\pi$

- 1)-4 2)-2 3)-2 4) 4

A3) Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 1 - \sqrt{t}$.

Найдите ускорение точки в момент времени $t=4$.

- 1) $\frac{1}{4}$
- 2) 32
- 3) $\frac{1}{32}$
- 4) 4

A4. Материальная точка с массой $m = 1$ кг движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{4}t^4 + 2t + 1$ (м). Найдите силу F , действующую на точку в момент времени $t=1$ с.

- 1) 1
- 2) 0
- 3) 3
- 4) 4

A5) Тело массой $m=1$ кг движется прямолинейно по закону $x(t)=(t^2-1)^2$ (м).

Найдите кинетическую энергию тела в момент времени $t=2$ с.

- 1) 72
- 2) 288
- 3) 36
- 4) 144

B1. Вращение тела вокруг оси совершается по закону $\varphi(t) = t + 2t\sqrt{t}$.

Найдите угловую скорость $\omega(t)$ в момент времени $t=4$ (t -время в секундах, $\varphi(t)$ - угол в радианах, $\omega(t)$ – скорость в радианах в секунду).

B2. По прямой движутся две материальные точки по законам $x_1(t) = t^2 - 6t + 2$ и $x_2(t) = 3 - 2t^2$. В какой момент времени скорости точек будут равны?

C1. Известно, что для любой точки K стержня MN длиной 3 см, отстоящей от точки M на расстояние l см, масса части MK стержня в граммах определяется по формуле $m(l) = 12\sqrt[3]{2l + 2}$. Найдите линейную плотность стержня в конце N .

Вариант 2

A1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + t - 1$. Найдите скорость точки в момент времени $t = 3$.

- 1) 12
- 2) 13
- 3) 14
- 4) 10

A2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 3\sin 2t$.
Найдите скорость точки в момент времени $t = \pi$.

- 1) 6
- 2) 0
- 3) 3
- 4) -6

A3. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t\sqrt{t}$.
Найдите ускорение точки в момент времени $t = 9$.

- 1) 32
- 2) $\frac{1}{4}$
- 3) $\frac{1}{32}$
- 4) 4

A4. Материальная точка с массой $m = 2$ кг движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{t^3 - 3t^2 + 6t}{3}$ (м). Найдите силу F , действующую на точку в момент времени $t = 2$ с.

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

A5. Тело массой $m = 2$ кг прямолинейно по закону $x(t) = (5t + 1)^2$ (м).
Найдите кинетическую энергию тела в момент времени $t = 0,2$ с.

- 1) 50
- 2) 100
- 3) 400
- 4) 200

B1. Вращение тела вокруг оси совершается по закону $\varphi(t) = 4t - 4t\sqrt{t}$.
Найдите угловую скорость $\omega(t)$ в момент времени $t = 0,25$ (t – время в секундах, $\varphi(t)$ – угол в радианах, $\omega(t)$ – скорость в радианах в секунду).

B2. По прямой движутся две материальные точки по законам $x_1(t) = 2t^2 - 1$
и $x_2(t) = t^2 + 6t + 5$. В какой момент времени скорости точек будут равны?

C1. Известно, что для любой точки А стержня ВС длиной 4 см, отстоящей от В на расстоянии l см, масса части ВА стержня в граммах определяется по формуле $m(l) = 6\sqrt[3]{2l - 3}$. Найдите линейную плотность в середине стержня.

Вариант 3

A1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - t^2 + t + 1$. Найдите скорость точки в момент времени $t = 4$.

- 1) 40
- 2) 42
- 3) 41
- 4) 39

A2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 2tg2t$. Найдите скорость точки в момент времени $t = \frac{\pi}{2}$.

- 1) -4
- 2) 2
- 3) 0
- 4) 4

A3. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 1 - 3\sqrt{t}$. Найдите ускорение точки в момент времени $t = 8$.

- 1) $-\frac{3}{4}$
- 2) -6
- 3) $\frac{3}{4}$
- 4) 12

A4. Материальная точка с массой $m = 1$ кг движется прямолинейно по закону $x(t) = (t - 1)^3$ (м). Найдите силу F , действующую на точку в момент времени $t = 2$ с.

- 1) 1
- 2) 6
- 3) 3
- 4) 5

A5. Тело массой $m = 2$ кг прямолинейно по закону $x(t) = (t^2 + 2)^2$ (м). Найдите кинетическую энергию тела в момент времени $t = 1$ с.

- 1) 72
- 2) 143
- 3) 36
- 4) 144

B1. Вращение тела вокруг оси совершается по закону $\varphi(t) = 2t^2\sqrt{t}$. Найдите угловую скорость $\omega(t)$ в момент времени $t = 4$ (t – время в секундах, $\varphi(t)$ – угол в радианах, $\omega(t)$ – скорость в радианах в секунду).

B2. По прямой движутся две материальные точки по законам $x_1(t) = t^2 + 1$ и $x_2(t) = 3t^2 - 16t + 5$. В какой момент времени скорости точек будут равны?

C1. Известно, что для любой точки А стержня РН длиной 4 см, отстоящей от Р на расстоянии l см, масса части РМ стержня в граммах определяется по формуле $m(l) = 12\sqrt[3]{3l - 4}$. Найдите линейную плотность стержня в конце Н.

Вариант 4.

A1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - 3t^2$. Найдите скорость точки в момент времени $t = 2$.

- 1) 10
- 2) 13
- 3) 11
- 4) 12

A2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = tg2t - 1$. Найдите скорость точки в момент времени $t = \frac{\pi}{2}$.

- 1) -2
- 2) 2
- 3) 0
- 4) 4

A3. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 4t\sqrt{t}$.
Найдите ускорение точки в момент времени $t = 25$.

- 1) $\frac{4}{5}$
- 2) $\frac{2}{5}$
- 3) 30
- 4) 40

A4. Материальная точка с массой $m = 2$ кг движется прямолинейно по закону $x(t) = (t + 2)^3$ (м). Найдите силу F , действующую на точку в момент времени $t = 1$ с.

- 1) 10
- 2) 18
- 3) 8
- 4) 36

A5. Тело массой $m = 2$ кг прямолинейно по закону $x(t) = (2t - 1)^2$ (м).
Найдите кинетическую энергию тела в момент времени $t = 2$ с.

- 1) 144
- 2) 72
- 3) 36
- 4) 143

B1. Вращение тела вокруг оси совершается по закону $\varphi(t) = 3\sqrt{t}$. Найдите угловую скорость $\omega(t)$ в момент времени $t = 1$ (t – время в секундах, $\varphi(t)$ – угол в радианах, $\omega(t)$ – скорость в радианах в секунду).

B2. По прямой движутся две материальные точки по законам $x_1(t) = t^2 - 3$ и $x_2(t) = 20t^2 - 76t + 56$. В какой момент времени скорости точек будут равны?

C1. Известно, что для любой точки E стержня TR длиной 4 см, отстоящей от T на расстоянии l см, масса части TE стержня в граммах определяется по формуле $m(l) = 44\sqrt[3]{3l + 2}$. Найдите линейную плотность в середине стержня.

Тест 5. Признак возрастания (убывания) функции. Критические точки, максимумы и минимумы.

Вариант 1

A1. Найдите промежутки убывания функции $y = x^2(x + 6)$

1) $(-\infty; -4]; [0; \infty)$

2) $[-4; 0]$

3) $[-2; 0]$

4) $(-\infty; -2]; [0; \infty)$

A2. Найдите все критические точки функции $y = \frac{x-3}{x^2-5}$

1) 1

2) 1; 5; $-\sqrt{5}$; $\sqrt{5}$

3) 1 и 5

4) 5

A3. Найдите все критические точки функции

$$y = 3 - \cos 2x - 4 \sin x$$

1) $\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

2) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

3) $\pi + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

4) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$

A4. Найти точку экстремума функции

$$y = \begin{cases} x^3 - 1 & \text{при } x \leq -1 \\ -4 - 2x & \text{при } -1 < x < 1 \\ -6x & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

1) 1

2) -2

3) -6

4) -1

B1) Найдите точку максимума функции $y = (x + 1)^2(x + 5)^2$

B2) Найдите минимум функции $y = x^3 - x^2 - 5x + 1$

C1) Исследуйте функцию $f(x) = \frac{x^2}{2+x^2}$ на возрастание, убывание, экстремумы и постройте ее график.

Вариант 2

A1. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = 12x^2 - 2x^3.$$

1) $(-\infty; -2], [0; \infty)$

2) $[-2; 0]$

3) $(-\infty; 0], [4; \infty)$

4) $[0; 4]$

A2. Найдите все критические точки функции $y = \frac{x-2}{x^2-3}$.

1) 1

2) 1; 3; $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$

3) 3

4) 1 и 3

A3. Найдите все критические точки функции $y = 4\cos x + \cos 2x - 3$.

1) $\pi n, n \in Z$

2) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

3) $\pi + 2\pi n, n \in Z$

4) $2\pi n, n \in Z$

A5. Найдите точку экстремума функции

$$y = \begin{cases} 2x^3 + 1 & \text{при } x < -2, \\ x - 13 & \text{при } -2 \leq x \leq 2, \\ -x^2 - 7 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

1) -2

2) 2

3) -11

4) -15

B1. Найдите точку максимума функции $y = (x - 1)^2(3 - x)^2$.

B2. Найдите максимум функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + \frac{1}{3}$.

C1. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{-2x}{x^2+4}$ на возрастание, убывание, экстремумы и постройте ее график.

Вариант 3

A1. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = x^2(x - 12).$$

1) $(-\infty; -4], [0; \infty)$

2) $[-4; 0]$

3) $(-\infty; 0], [-8; \infty)$

A2. Найдите все критические точки функции $y = \frac{x-4}{x^2-12}$.

- 1) 2; 6; $\sqrt{12}$; $-\sqrt{12}$
- 2) 2
- 3) 2 и 6
- 4) 6

A3. Найдите все критические точки функции $y = \cos 2x - 4\cos x - 5$.

- 1) $\pi + 2\pi n, n \in Z$
- 2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
- 3) $2\pi n, n \in Z$
- 4) $\pi n, n \in Z$

A4. Найдите точку экстремума функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{при } x < -1, \\ x + 3 & \text{при } -1 \leq x \leq 1, \\ x^3 + 3 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) -1
- 4) 4

B1. Найдите точку максимума функции $y = -(x-3)^2(x+1)^2$.

B2. Найдите максимум функции $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{11}{6}$.

C1. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ на возрастание, убывание, экстремумы и постройте ее график.

Вариант 4

A1. Найдите промежутки возрастания функции

$$y = 6x^2 - 2x^3$$

- 1) $[0; 2]$
- 2) $(-\infty; 0], [2; \infty)$
- 3) $[-2; 0]$
- 4) $(-\infty; 2], [0; \infty)$

A2. Найдите все критические точки функции $y = \frac{x-5}{x^2-16}$.

- 1) -4; 2; 4; 8
- 2) 2
- 3) 2 и 8
- 4) 8

A3. Найдите все критические точки функции $y = -\cos 2x - 4\sin x - 5$.

- 1) $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
- 2) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
- 3) $\pi + 2\pi n, n \in Z$
- 4) $2\pi n, n \in Z$

A4. Найдите точку экстремума функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{при } x < -2, \\ -x + 6 & \text{при } -2 \leq x \leq 2, \\ x^3 - 4 & \text{при } x \geq 2. \end{cases}$$

- 1) 8
- 2) 2
- 3) -2
- 4) 4

V1. Найдите точку максимума функции $y = -(x+2)^2(x+4)^2$.

V2. Найдите максимум функции $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + \frac{2}{3}$.

C1. Исследуйте функцию $f(x) = \frac{3x}{4+x^2}$ на возрастание, убывание, экстремумы и постройте ее график.

Тест 6. Применение производной к исследованию функций. Наибольшее и наименьшее значения функции

Вариант 1

A1. Укажите функцию, возрастающую на множестве R

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| 1) $f(x) = x - \cos x$ | 2) $f(x) = 2x^2 - 5x^2$ |
| 3) $f(x) = 2x + \sin x$ | 4) $f(x) = 3x^7 - 7x^3$ |

A2. Найдите наименьшее значение функции

4) $f(x) = 3x^7 - 7x^3$

A2. Найдите наименьшее значение функции

$y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 1$ на отрезке $[-3;0]$.

- 1) 1
- 2) -1
- 3) $-5\frac{2}{3}$
- 4) $-32\frac{3}{4}$

A3. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = 12 + t^2 - \frac{t^3}{3}.$$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

A4. Найдите промежуток возрастания функции

$f(x) = 4x - \frac{7}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3.$

- 1) $[-4; 0,5]$
- 2) $[-0,5; 4]$
- 3) $(-\infty; 0,5]$
- 4) $[-0,5; \infty)$

A5. Сколько корней имеет уравнение

$$2x^3 - 3x^2 - 36x - 1 = 0$$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 0

B1. Найдите наименьшее значение функции $y = 2\sin x + \cos 2x$ на отрезке

$[0; \frac{5\pi}{6}]$.

B2. Сумма удвоенного числа и квадрата этого же числа имеет наименьшее значение. Найдите это число.

C1. Представьте число 24 в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение куба первого слагаемого на удвоенное второе слагаемое было наибольшим.

Вариант 2

A1. Укажите функцию, возрастающую на множестве \mathbb{R} .

- 1) $f(x) = 3x^4 - 12x$
- 2) $f(x) = x - \sin x$
- 3) $f(x) = 2x^5 + 5x^2$
- 4) $f(x) = \cos x - 2x$

A2. Найдите наименьшее значение функции

$y = x^3 + x^2 - 8x + 1$ на отрезке $[-3; 0]$.

- 1) 1
- 2) 13
- 3) 7
- 4) 5

A3. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + 5.$$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

A4. Найдите промежуток возрастания функции

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 4x.$$

- 1) $(-\infty; -0,5]$
- 2) $[4; \infty)$
- 3) $[-4; 0,5]$
- 4) $[-0,5; 4]$

A5. Сколько корней имеет уравнение

$$2x^3 + 6x^2 + 6x - 5 = 0?$$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 0

B1. Найдите наименьшее значение функции $y = 2\sin x - \cos 2x$ на отрезке $[0; \pi]$.

B2. Разность удвоенного числа со своим квадратом имеет наибольшее значение. Найдите это число.

C1. Представьте число 40 в виде суммы двух неотрицательных слагаемых таких, что произведение первого слагаемого на куб второго слагаемого было наибольшим.

Вариант 3

A1. Укажите функцию, возрастающую на множестве \mathbb{R} .

- 1) $f(x) = x - 2\cos x$
- 2) $f(x) = 2x^5 + 5x^2$
- 3) $f(x) = x + 3\sin x$
- 4) $f(x) = 3x^7 + 7x^3$

A2. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{1}{8}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4 \text{ на отрезке } [1;4].$$

- 1) 1,6
- 2) $\frac{-16}{3}$
- 3) $\frac{2}{3}$
- 4) $6\frac{2}{3}$

A3. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = 4 + 2t^2 - \frac{t^3}{3}.$$

В какой момент времени из промежутка $[1;5]$ скорость точки будет наибольшей?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 4

A4. Найдите промежуток возрастания функции

$$f(x) = 6 + 6x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}.$$

- 1) $(-3; 2]$
- 2) $(-\infty; -2]$
- 3) $[-2; 3]$
- 4) $[2; \infty]$

A5. Сколько корней имеет уравнение

$$2x^3 + 3x^2 + 6x + 1 = 0?$$

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 3
- 4) 0

B1. Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x + \cos 2x$ на отрезке $[0; \pi]$.

B2. Сумма учетверенного числа и квадрата этого же числа имеет наименьшее значение. Найдите это число.

C1. Представьте число 8 в виде суммы двух неотрицательных слагаемых таких, что произведение куба первого слагаемого на удвоенное второе слагаемое было наибольшим.

Вариант 4

A1. Укажите функцию, возрастающую на множестве \mathbb{R} .

- 1) $f(x) = 3x^4 - 12x$
- 2) $f(x) = x - 2\sin x$

3) $f(x) = 2x + \cos x$

4) $f(x) = -2x^5 - 5x^3$

A2. Найдите наименьшее значение функции

$y = x^3 - x^2 - 5x + 4$ на отрезке $[-3;0]$.

1) -1

2) 12

3) 7

4) 4

A3. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$x(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 - 3t$.

В какой момент времени из промежутка $[1;5]$ скорость точки будет наименьшей?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

A4. Найдите промежуток возрастания функции

$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 3x$.

1) $(-\infty; -3]$

2) $[3; \infty)$

3) $[-3; -0,5]$

4) $[0,5; 3]$

A5. Сколько корней имеет уравнение

$3x^3 - 2x^2 + 6x + 1 = 0$?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 0

B1. Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x - \cos 2x$ на отрезке

$[0; \pi]$.

B2. Разность учетверенного числа и квадрата этого же числа имеет наибольшее значение. Найдите это число.

C1. Представьте число 20 в виде суммы двух неотрицательных слагаемых таких, что сумма куба первого с квадратом второго было наименьшим.

Ответы

Тест 1

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
A1	3	1	2	3
A2	3	1	4	4
A3	4	2	2	1
A4	1	4	1	3
B1	-1	-2	-5	-2
B2	-0,5	1,25	1,5	-1,8
C1	-1; 2	1; -2	1; -3	-1; 3

Тест 2

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
A1	4	1	3	1
A2	1	4	2	3
A3	2	3	4	2
A4	1	2	2	1
A5	2	4	1	4
B1	-0,5	1	2	0,5
B2	2	9	1,5	32
C1	$-1^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}n,$ $n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{6} + \pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3},$ $n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{10} + \frac{2\pi n}{5},$ $n \in Z$

Тест 3

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
A1	2	3	4	3
A2	1	2	1	4
A3	3	3	2	4
A4	1	4	1	1
A5	4	3	2	3
B1	2	-2	-2	2
C1	45	90	-45	90

Тест 4

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
A1	1	2	3	4
A2	4	1	4	2
A3	3	2	1	2
A4	1	4	2	4
A5	2	3	4	1
B1	7	1	40	1
B2	1	3	4	2
C1	2	4	3	11

Тест 5

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
A1	2	3	1	4
A2	1	3	1	1
A3	3	4	3	3
A4	2	1	4	1
B1	-1	2	-1	2
B2	-3	2	1	-3
C1	-2	3	-4	2

Тест 6

	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
A1	3	4	4	4
A2	3	2	3	3
A3	2	2	2	2
A4	1	4	3	4
A5	3	1	1	1
B1	1	3	3	1
B2	-1	1	-2	2
C1	18+6	10+30	2+6	$\frac{10}{3} + \frac{50}{3}$