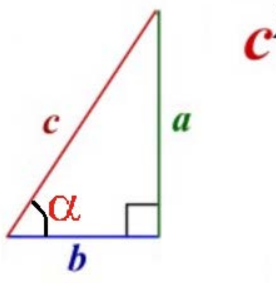
Планиметрические задачи

1. Прямоугольный треугольник

$$Sin\alpha = \frac{a}{c}$$

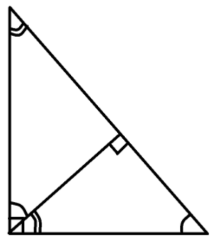
$$Cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Теорема Пифагора



Задача 1.

В треугольнике ABC угол C равен 90^o, AB = 10, BC=6. Найти tgA.

Решение:

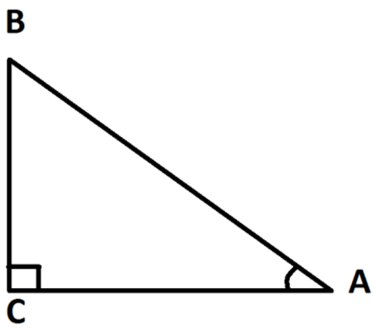
$tgA = \frac{BC}{AC}$

$AC^2 = AB^2 - BC^2$

AC = 8

$tgA = \frac{6}{8} = 0{,}75$

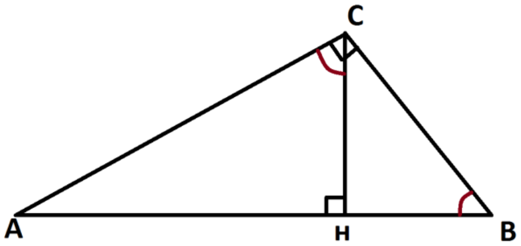
Ответ: 0,75



Задача 2.

В прямоугольном треугольнике ABC угол C равен 90^o, катет AC=70, а высота CH, опущенная на гипотенузу, равна $7\sqrt{19}$. Найдите $SinABC$.

Решение:
ΔACH



По теореме Пифагора $AH^2 = AC^2 - CH^2$

AH=70

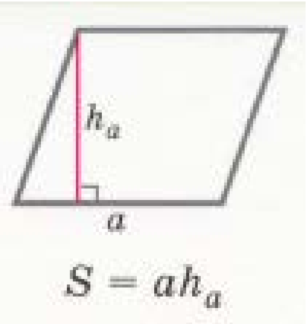
$$SinACH = \frac{AH}{AC} = \frac{63}{70} = 0{,}9$$

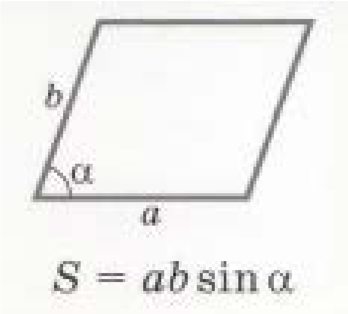
$$SinACH = SinABC = 0{,}9$$

Ответ: 0,9

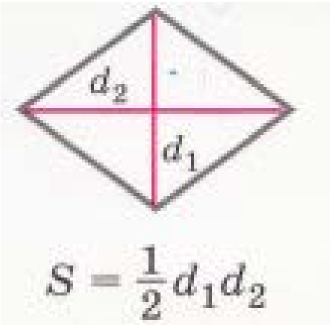
2. Площади

Параллелограмм

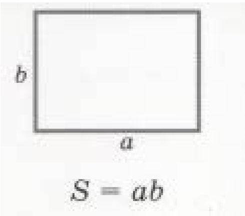




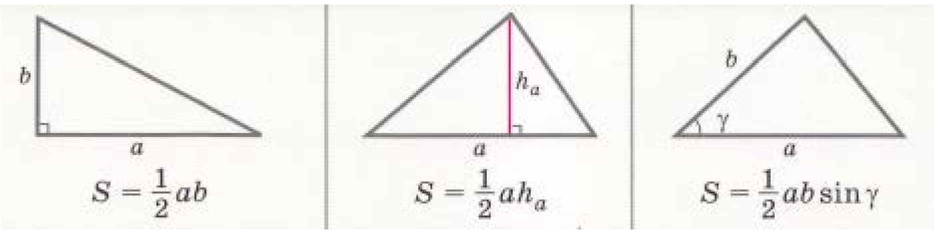
Ромб



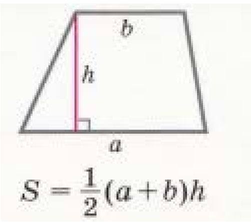
Прямоугольник



Треугольник

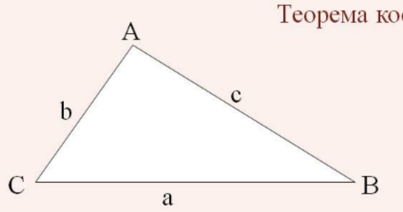


Трапеция



3. Решение треугольников

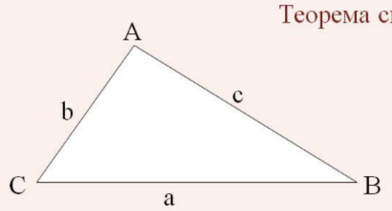
Теорема косинусов:



Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

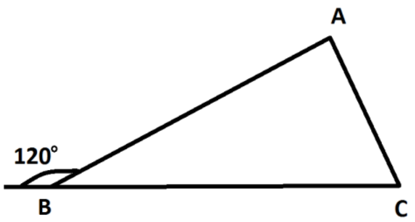
Теорема синусов:



Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

В треугольнике ABC AB $=2\sqrt{3}$,Sin C = 0,4, внешний угол при вершине B равен 120^o. Найдите AC.



Решение:

$\angle ABC = 180^o - 120^o = 60^o$

$$\frac{AC}{SinABC} = \frac{AB}{SinC}$$

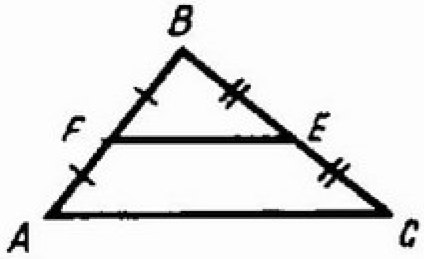
$$\frac{\mathrm{AC}}{Sin\ 60} = \frac{2\sqrt{3}}{0,4}$$

AC = 7,5

Ответ: 7,5

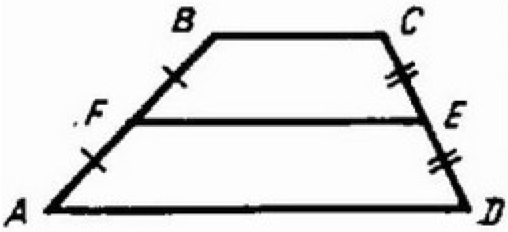
4. Средняя линия треугольника и трапеции

$AF = FB,\ BE = EC$



$FE = \frac{1}{2}AC,\ FE \parallel AC$

$AF = FB,\ CE = ED.$

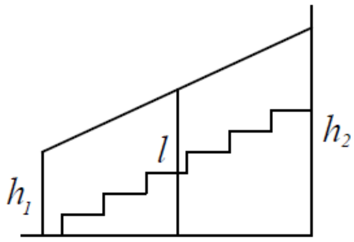


$FE = \frac{BC + AD}{2},$

$FE \parallel BC \parallel AD$

Задача 1.

Перила лестницы дачного дома для надёжности закреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота h_1 перил относительно земли равна 2,1 м, а наибольшая высота h_2 — 3,1 м. Ответ дайте в метрах.



Решение:

l —средняя линия трапеции

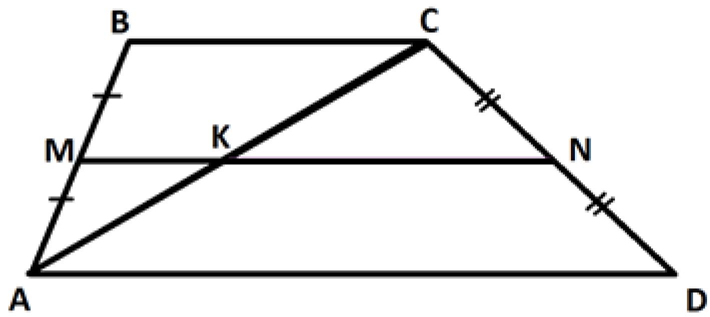
$l = \frac{h_1 + h_2}{2}$

$l = \frac{2,1 + 3,1}{2} = 2,6$

Ответ: 2,6

Задача 2.

Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите наибольший из отрезков, на которые диагональ делит среднюю линию.

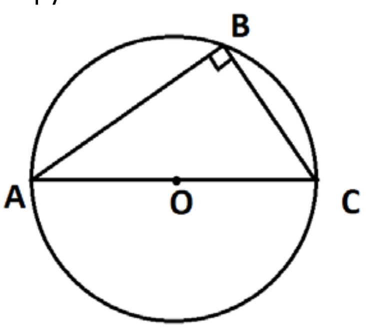


Решение:

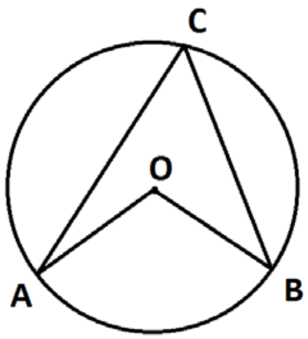
$\boldsymbol{KN = \frac{1}{2}AD = 5,5} \qquad \boldsymbol{MK = \frac{1}{2}BC = 5}$

Ответ: 5,5

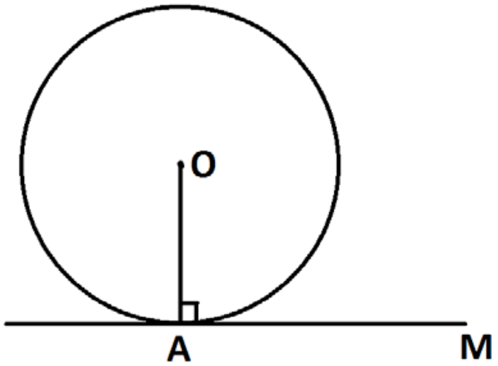
4. Окружность



AC – диаметр
$\angle ABC = 90^o$



$\angle ABC$ – вписанный угол
$\angle AOB$ – центральный угол
$\angle AOB = \cup AB$
$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$



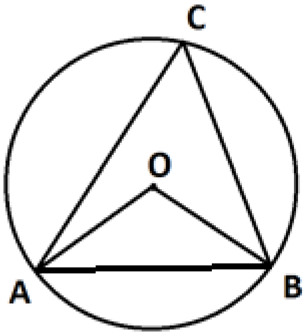
OA – радиус

AM – касательная

OA $\perp$ AM

Задача 1.

Треугольник ABC вписан в окружность с центром O. Найдите градусную меру угла C треугольника ABC, если угол AOB равно 96^o.



Решение:

$\angle ABC$ – вписанный угол
$\angle AOB$ – центральный угол
$\angle AOB = \cup AB$

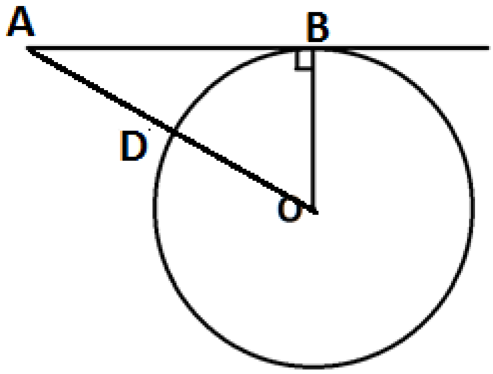
$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB$

$\angle ACB = 48^o$

Ответ: 48

Задача 2.

AB – касательная к окружности с центром в т. O, радиусом 8 см, отрезок AB равен 15 см. Найти AD.



Решение:

$BO \perp AB$

значит ΔAOB – прямоуг.

$AO^2=AB^2+BO^2$

AO = 17 см

AD=AO-DO

DO=r

AD = 17-8=9

Ответ: 9