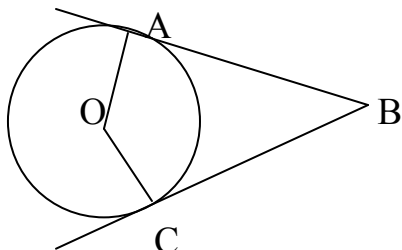


Задачи
для подготовки к ГИА по математике из открытого банка заданий
(раздел «Геометрия») с готовыми решениями

Задача 1

AB и BC – отрезки касательных, проведённых из точки B к окружности с центром в точке O. OA=16см, а радиусы, проведённые к точкам касания, образуют угол, равный 120°. Чему равен отрезок OB?

Решение:



Радиусы OA и OC, проведенные в точки касания A и C, перпендикулярны отрезкам AB и AC, поэтому треугольники OAB и OAC – равные прямоугольные. Угол AOC = 120°, тогда $\angle AOB = \angle BOC = 120:2 = 60^\circ$, а $\angle ABO = \angle CBO = 90 - 60 = 30^\circ$. Напротив них

лежат катеты AO=CO, равные половине гипотенузы OB. $OB = 2 \cdot AO = 2 \cdot 16 = 32$ см.

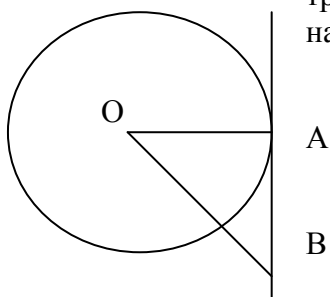
Ответ: OB=32 см.

Задача 2

Прямая AB касается окружности с центром O радиуса 4 см в точке A так, что $OB = 4\sqrt{2}$ см. Чему равен отрезок AB?

Решение :

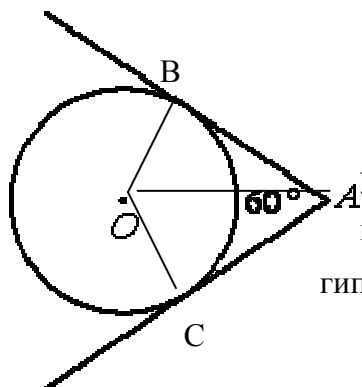
Радиус OA, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательной AB, значит треугольник AOB – прямоугольный. По теореме Пифагора найдём $AB^2 = OB^2 - OA^2 = (4\sqrt{2})^2 - 4^2 = 32 - 16 = 16 = 4^2$, $AB = 4$ см.



Ответ: AB= 4 см.

Задача 3

Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки A до точки O равно 6см.

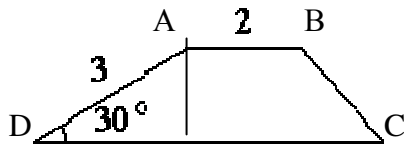


Радиусы OB и OC, проведенные в точки касания B и C, перпендикулярны касательным AB и AC, Тогда треугольники OAC и OAB- равные прямоугольные. $\angle A = 60^\circ$, тогда $\angle BAO = \angle CAO = 60:2 = 30^\circ$, напротив них лежат катеты OC и OB, меньшие гипотенузы OA в 2 раза. OA=6см, тогда $R = OB = OC = 6:2 = 3$ см.

Ответ: 3 см

Задача 4 (задача с лишними данными)

Боковая сторона трапеции равна 3 см, а один из прилежащих к ней углов равен 30° .
Найдите площадь трапеции, если её основания равны 2 см и 6 см.



Площадь трапеции вычисляется по формуле:
 $S = \frac{1}{2} (a+b) \cdot h$, где h - высота, a и b - основания трапеции.

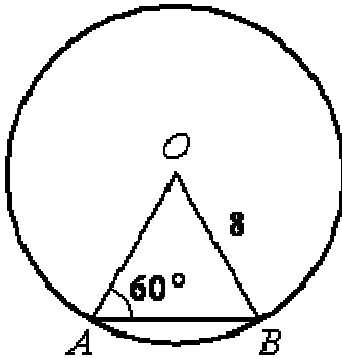
Проведём высоту AK . $\triangle ADK$ – прямоугольный. Напротив угла 30° лежит катет $AK = \frac{1}{2}AD$, тогда $AK = 3:2 = 1,5$ см – это высота.

$$S = \frac{1}{2}(AB+CD) \cdot h = (2+6):2 \cdot 1,5 = 6 \text{ см}^2$$

Ответ: 6 см²

Задача 5

Центральный угол AOB опирается на хорду AB так, что угол OAB равен 60° .
Найдите длину хорды AB , если радиус окружности равен 8 см.



Решение:

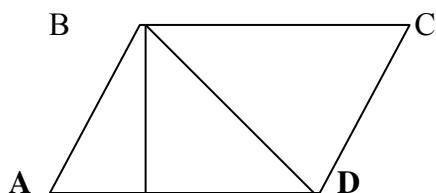
Т.к. угол $OAB = 60^\circ$, то треугольник OAB – равносторонний ($AO = OB$ как радиусы, тогда угол A равен углу $B = (180-60):2 = 60^\circ$), значит $AB = AO = OB = 8$ см.

Ответ: 8 см.

Задача 6

Высота BH параллелограмма $ABCD$ делит его сторону AD на отрезки $AH = 1$ см и $HD = 63$ см. Диагональ параллелограмма BD равна 65 см. Найдите площадь параллелограмма

Решение:



$$S_{\text{пар-ма}} = AD \cdot BH$$

$$AD = 63 + 1 = 64 \text{ (см)}$$

BH – высота, значит треугольник BHD – прямоугольный. Найдём BH по теореме

$$\text{Пифагора: } BH^2 = BD^2 - DH^2 = 65^2 - 63^2 = 4225 - 3969 = 256 = 16^2, BH = 16 \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = 64 \cdot 16 = 1024 \text{ см}^2$$

Ответ: 1024 см²

Задача 7

На какой угол (в градусах) поворачивается минутная стрелка, пока часовая проходит 11° ?

Решение:

$$1\text{ч}=60\text{ мин}$$

Минутная стрелка проходит 60 минут (12 делений циферблата), а часовая за это время 1 час (одно деление), значит минутная стрелка идёт в 12 раз быстрее.

$$11^\circ\text{ прошла по условию задачи часовая , значит минутная } 11 \cdot 12 = 132^\circ$$

Ответ: 132°

Задача 8

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 70 см, а один из его острых углов равен 45° . Найдите площадь треугольника.

Решение:

Один из углов прямоугольного треугольника равен 45° , значит второй острый угол: $90 - 45 = 45^\circ$ и треугольник равнобедренный, его катеты равны.

Пусть по x см катеты этого треугольника, тогда по теореме Пифагора

$$x^2 + x^2 = 70^2$$

$$2x^2 = 4900$$

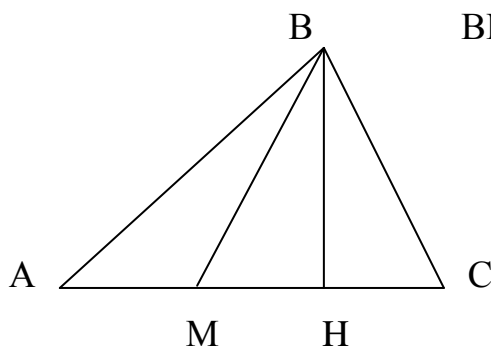
$$x^2 = 2450$$

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов:
 $S = \frac{1}{2}x^2 = 2450 : 2 = 1225 \text{ см}^2$

Ответ: 1225 см^2

Задача 9

В треугольнике ABC BM – медиана, BH – высота. Известно, что AC=97 см, BC=BM. Найдите AH.



BM – медиана, значит $AM = MC = 97 : 2 = 43,5 \text{ см}$

BC=BM, значит треугольник BMC – равнобедренный, в нём BH – высота и медиана, т.к проведена к основанию. $MH = HC = 43,5 : 2 = 21,75 \text{ см}$.

$$AH = AM + MC = 43,5 + 21,75 = 65,25 \text{ см}.$$

Ответ: $65,25 \text{ см}$.