

1. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left| \frac{5}{x} - 3 \right| = ax - 2$$

на промежутке $(0; +\infty)$ имеет более двух корней.

Ответ: $\frac{6}{5} < a < \frac{5}{4}$.

2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a|x - 3| = \frac{5}{x + 2}$$

на промежутке $(0; +\infty)$ имеет ровно два корня.

Ответ: $a = \frac{4}{5}, a > \frac{5}{6}$.

3. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции

$$f(x) = 4x^2 - 4ax + a^2 + 2a + 2$$

на множестве $|x| \geq 1$ не меньше 6.

Ответ: $a = 0, a \geq 2$.

4. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left| 2x^2 - 3x - 2 \right| = a - 2x^2 - 8x$$

либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

Ответ: $a \leq -\frac{57}{16}$.

5. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\sqrt{x^4 + (a - 5)^4} = |x + a - 5| + |x - a + 5|$$

имеет единственное решение.

Ответ: $a = 3, a = 7$.

6. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (2 - a)^2 = |x - 2 + a| + |x - a + 2|$$

имеет единственный корень.

7. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\left| (x-1)^2 - 2^{1-a} \right| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$$

имеет единственное решение. Найдите это решение для каждого полученного значения a .

Ответ: $a = -1, x = 1$.

8. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(\log_5(x+3) - \log_5(x-3))^2 - 7(\log_5(x+3) - \log_5(x-3)) - 4a^2 - 6a + 10 = 0$$

имеет ровно два решения.

Ответ: $-\frac{5}{2} < a < 1$.

9. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$(\log_2(x+a) - \log_2(x-a))^2 - 3a(\log_2(x+a) - \log_2(x-a)) + 2a^2 - a - 1 = 0$$

имеет ровно два решения.

Ответ: $a < -\frac{1}{2}, a > 1$.

10. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\left(|x+1| + |x-a| \right)^2 - 2\left(|x+1| + |x-a| \right) + 4a(1-a) = 0$$

имеет ровно два решения.

Ответ: $a < \frac{1}{3}, a > 1$.

11. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\left((a-1)x^2 + 3x \right)^2 - 2\left((a-1)x^2 + 3x \right) + 1 - a^2 = 0$$

имеет ровно два решения.

Ответ: $a < -\frac{1}{2}, a = 0, a = 1, a > \frac{5}{2}$.

12. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{-7 - 8x - x^2} = 2a + 3$$

имеет единственный корень.

Ответ: $-1 \leq a < -\frac{1}{3}, a = 0$.

13. Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{\sin 2x - 2a}{\cos 4x + 2}$$

содержит число 1.

Ответ: $-\frac{25}{16} \leq a \leq 0$.

14. Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{a + 3x - ax}{x^2 + 2ax + a^2 + 1}$$

содержит отрезок $[0;1]$.

Ответ: $a \leq \frac{7 - 2\sqrt{6}}{5}, \frac{7 + 2\sqrt{6}}{5} \leq a < 3, a > 3$.

15. Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{\sqrt{a} - 2 \sin x + 1}{\cos^2 x + a + 2\sqrt{a} + 1}$$

содержит отрезок $[1;2]$.

Ответ: $0 \leq a \leq \frac{13 - 3\sqrt{17}}{8}$.

16. Найдите все значения a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{a - (a^2 - 2a - 3)\sin x + 4}{\cos^2 x + a^2 + 1} < 1$$

содержит отрезок $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$.

Ответ: $a < \frac{3 - \sqrt{57}}{4}, a > \frac{3 + \sqrt{57}}{4}$.

17. Найдите все неотрицательные значения a , при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{a - 4 \log_{0,5}(a^2 - 2a + 4)}{a + 4 + \log_{0,5}^2(a^2 - 2a + 4)} \geq 1$$

состоит из одной точки, и найдите это решение.

Ответ: $a = 0, x = 0$ или $a = 2, x = 0$.

18. Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение

$$\left|3 \sin^2 2x - a\right| + \left|3 \cos 4x - 2a - 3\right| = a + 6$$

имеет хотя бы одно решение.

Ответ: $-2 \leq a \leq 3$.

19. Найдите все значения a , для каждого из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy, \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 5a^4. \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

Ответ: $a = \frac{1}{5}, a = -\frac{1}{5}$.

20. Найдите все значения a , для каждого из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy + 3x - y - 6)\sqrt{x+2}}{\sqrt{6-x}} = 0, \\ x + y - a = 0. \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: $-6 < a \leq 1; a = 8; 9 \leq a < 10$.

21. Найдите все значения a , для каждого из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1|, \\ y = a(x - 1). \end{cases}$$

имеет более двух решений.

Ответ: $1 < a < 2$.

22. Найдите все значения a , для каждого из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 4y + 15 = 4|2x - y - 10|, \\ x + 2y = a. \end{cases}$$

имеет более двух решений.

Ответ: $-5\sqrt{5} < a \leq -5$; $5 \leq a < 5\sqrt{5}$.

23. Найдите все значения a , для каждого из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + |x^2 - 2x| = y^2 + |y^2 - 2y|, \\ x + y = a. \end{cases}$$

имеет более двух решений.

Ответ: $0 < a \leq 1$.

24. Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 - x - 2 = |x^2 - x - 2|, \\ x - y = a. \end{cases}$$

имеет более двух решений.

Ответ: $1 - \sqrt{10} < a < -2$; $a = 0$.