

Рекомендации по решению заданий 17 ЕГЭ-2017**Немного теории**

Сначала рассмотрим так называемые «банковские» задачи: варианты, когда имеет дело с вкладом и кредиты.

Рассмотрим вариант, когда мы вкладываем деньги в банк на N лет некоторую сумму S под $r\%$ годовых.

1. Через год имеем на счету $S_1 = S + r/100 * S = (1+r/100) S$
2. Через два года на счету будет $S_2 = (1+r/100) * S + ((1+r/100) * S) * r/100 = ((1+r/100) * S) (1+r/100) = (1+r/100)^2 * S$
3. Продолжая аналогичную схему рассуждения получим:

$$S_n = (1+r/100)^n * S \quad (1)$$

Для более компактной записи формулы (1) введем замену переменной $q = (1+r/100)$ и формула (1) примет вид:

$$S_n = q^n * S \quad (2)$$

Рассмотрим вариант, когда мы берем кредит в банке на N лет некоторую сумму S под $r\%$ годовых.

1. К концу 1 года, наш долг увеличился на заявленные банком проценты, а мы платим заявленный платеж. Пусть X - ежегодный платеж. Долг наш будет иметь следующий вид: $S_1^0 = S + r * S - X = (1+r) * S - X = q * S - X$
2. Через год долг будет: $S_2^0 = (q * S - X) + (q * S - X) * r - X = (q * S - X) (1+r) - X = (q * S - X) * q - X = q^2 * S - q * X - X = q^2 * S - (1+q)X$
3. Аналогично продолжая рассуждения получим, что к концу договора мы полностью выплачиваем кредит и $S_n^0 = q^n * S - (1+q)^{n-1} * X$. Так как кредит выплачен полностью, то $q^n * S - (1+q+q^2+...+q^{n-1}) * X = q^n * S - (1+q)^{n-1} * X = 0$. Следовательно, $q^n * S = (1+q)^{n-1} * X$. $q^n * S = (1+q)^{n-1} * X$. Домножив и разделив правую часть на $(q-1)$ получим:

$$q^n * S = \frac{q^n - 1}{q - 1} * X \quad (3)$$

Для облегчения решения задач предлагаю воспользоваться следующими формулами, которые можете доказать самостоятельно:

1. Если величину x увеличить на $p\%$, то получим $x \cdot (1+p/100)$
2. Если величину x уменьшить на $p\%$, то получим $x \cdot (1-p/100)$
3. Если величину x увеличить на $p\%$, а затем уменьшить на $q\%$, то получим $x \cdot (1+p/100)(1-q/100)$
4. Если величину x увеличить дважды на $p\%$, получим $x \cdot (1+p/100)^2$
5. Если величину x уменьшить дважды на $p\%$, получим $x \cdot (1-p/100)^2$

1 тип. Определение суммы кредита

Задача 1.1

31 декабря 2014 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 11%), затем Василий переводит в банк 3696300 рублей. Какую сумму Василий взял в кредит в банке, если он выплатил долг двумя платежами (т.е. за 2 года)?

Решение:

1 способ:

Пусть S - сумма кредита, X - выплачиваемая сумма, r - процентная ставка и $X=3696300$ рублей, $r=11\%$ или $r=0,11$, $n=2$.

Тогда $q^2 * S = (q^2 - 1) / (q - 1) * X$. Следовательно, $S = ((q + 1) * X) / q^2$. Получим, что Василий взял в кредит 6330000 рублей. Ответ: 6330000

2 способ:

1. К концу первого года мы имеем долг: $S_1^0 = S + 0.11 * S - X = 1.11 * S - X$
2. Через год остаток после выплаты будет: $S_2^0 = (1.11 * S - X) + (1.11 * S - X) * 0.11 - X = (1.11 * S - X) * 1.11 - X = 1.11^2 * S - 2.11 * X$. Так как Василий выплатил долг за два транша, то $1.11^2 * S - 2.11 * X = 0$. Решив полученное уравнение, имеем: $S = 2.11 * 3696300 / 1,2321 = 6330000$ рублей.

Ответ: 6330000

задача № 1.2

15 января планируется взять в кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что восьмая выплата составила 108 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку в течение всего срока кредитования?

Решение:

1. Анализ. Пусть ежемесячные выплаты по кредиту (без процентов) составляют X рублей. Тогда сумма кредита составляет $15X$ рублей (без процентов). Процентная ставка $p\%$ составляет 1% или 0,01.

Найти: S - сумму выплаты кредита в течении всего срока

$$S = 15X + (15X + 14X + 13X + \dots + X) * 0.01 = 15X + 15 * 0.01 * (15X + X) / 2 = 15X + 1,2X = 16,2X$$

Необходимо найти X .

2. Поиск математической модели решения задачи:

Пусть P_8 – сумма, которую составляют проценты на восьмой месяц кредитования.

Тогда по условию задачи восьмая выплата будет равна: $108\ 000 = X + P_8$,

За восемь месяцев сумма кредита составит $8X$ руб.

На восьмой месяц проценты составят $P_8 = 8X * 0,01 = 0,08X$ (руб.).

Тогда $108\ 000 = X + 0,08X$;

Решение математической модели: $108\ 000 = 1,08X$;

$X = 100\ 000$ (руб.) составляет сумма ежемесячных выплат (без процентов).

Сумма кредита составляет $100\ 000 \cdot 15 = 1\ 500\ 000$ (руб.)

3) Следовательно, $S = 16,2 \cdot X = 16,2 \cdot 100\ 000 = 1\ 620\ 000$ (руб)

Ответ: 1620 000

Задача № 1.3

Сергей взял кредит на срок 9 месяцев. В конце каждого общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

Решение: Пусть X - ежемесячно выплачиваемая сумма. Тогда $S = 9 \cdot X$ – сумма взята Сергеем в кредит. С другой стороны, $S_{\text{вып}} = 9 \cdot X + (9 \cdot X + X) / 2 \cdot 9 \cdot 0,12 = 9 \cdot X + 5,4 \cdot X = 14,4 \cdot X$. Составим пропорцию:

$$9 \cdot X \quad - \quad 100\%$$

$$14,4 \cdot X \quad - \quad Y\%$$

Тогда $Y\% = (14,4 \cdot 100) / 9 = 160\%$. Следовательно, сумма, уплаченная Сергеем банку, составит 60% от суммы кредита, взятого Сергеем в банке.

Ответ: 60

Задача №1. 4

Иван взял кредит в банке на 5 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму уплаченную Иваном. Суммы, выплачиваемые Иваном в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. За весь срок кредитования Иван выплатил банку в общей сложности 16250 рублей. Какую сумму он взял в банке в кредит?

Решение:

Пусть X - равномерно выплачиваемая ежемесячная выплата. Тогда $S = 5 \cdot X$. Вся сумма выплаченная за период кредитования равна: $S_{\text{вып}} = 5 \cdot X + (5 \cdot X + X) / 2 \cdot 5 \cdot 0,1 = 6,5 \cdot X$. По условию задачи $6,5 \cdot X = 16250$. Следовательно, $X = 2500$ рублей. И сумма, полученная в кредит, равна: $2500 \cdot 5 = 12500$

Ответ: 12500

Задача №5

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 28 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг возрастает на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платеж составит 9 млн. рублей?

Решение:

1. $S_1 = S + 0,25 * S = 35$ – долг на конец июня. Мы знаем, что наибольшая выплата $X_1 = 9$
2. $S_1^0 = 35 - 9 = 26$ – остаток долга на конец первого года. Ясно, что $28 - 26 = 2$. Таким образом $\Delta S = 2$
3. $S_2 = 26 + 26 * 0,25 = 32,5$
4. $S_2^0 = 26 - 2 = 24$. Следовательно, вторая выплата $X_2 = 8,5$
5. $S_3 = 24 + 24 * 0,25 = 30$
6. $S_3^0 = 24 - 2 = 22$. Таким образом, третья выплата $X_3 = 8$
7. Продолжим данный алгоритм до тех пор, пока $X_i \geq 2$ и $S_{\text{вып}} = 9 + 8,5 + 8 + 7,5 + 7 + 6,5 + 6 + 5,5 + 5 + 4,5 + 4 + 3,5 + 3 + 2,5 = 80,5$ млн. рублей
ответ: 80500000

2 тип. Определение процентной ставки банка

Задача 2.1

15 января планируется взять кредит 1,8 млн. рублей в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа последующего месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца, последующего за месяцем получения кредита, долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
- Суммы, выплачиваемые Иваном, подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Найдите r , если за первые шесть месяцев Иван выплатил банку 740250 рублей?

Решение:

Пусть $S = 1800000$ рублей – сумма кредита, X – ежемесячно равномерно выплачиваемая сумма, $r\%$ – процентная ставка банка. Очевидно, что $X = 1800000 / 24 = 75000$ рублей.

1. Тогда $S_1^{12}_{\text{вып}} = 6 * X + (24 * X + 23 * X + 22 * X + 21 * X + 20 * X + 19 * X) * 0,01 * r$. Тогда $r = (740250 - 450000) / (1,29 * 75000) = 3$

Ответ: 3

Задача №2.2

15 января планируется взять кредит в банке на два года. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа последующего месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца, последующего за месяцем получения кредита, долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит. Найдите $r\%$.

Решение: Пусть S -сумма кредита в банке, X - ежемесячно равномерно выплачиваемая сумма, $r\%$ - процентная ставка банка, известно также, что $S_{\text{вып}}=24*X+(24X+23X+\dots+X)*24*0,01*r$. Следовательно, $S_{\text{вып}}=24*X+3*X*r$. По условию задачи,

$$S_{\text{вып}}=24*X+3*X*r \quad - 125\%$$

$$S=24*X \quad - 100\%$$

Произведя арифметические действия, получим: $3*r=6$. Тогда, $r\%=2\%$

Ответ: 2

Задача №2.3

В июле планируется взять кредит на сумму 4,5 млн. рублей на срок 9 лет. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с предыдущего года;
- С февраля по июнь каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите $r\%$, если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1,4 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,6 млн. рублей.

Решение:

1. Пусть X - сумма ежемесячного равномерно вносимого платежа и она равна:
 $X=4500000/9=500000$ рублей.
2. Теперь разберемся из чего складывается наибольшая сумма платежа:
 $X_{\text{наиб}} \geq 500000 + 0,01*r*4500000 \quad (1)$
3. Теперь разберемся из чего складывается наименьшая сумма платежа:
 $X_{\text{наим}} \leq 500000 + 0,01*r*500000 \quad (2)$
4. Решив неравенства (1) и (2), получим: $\begin{cases} r \geq 20 \\ r \leq 20 \end{cases}$. Следовательно, возможно только $r=20$

Ответ: 20

3 тип. Определение срока кредитования

Задача №3.1

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1300000 рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 10% по сравнению с предыдущего года;
- С февраля по июнь каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На какое минимальное количество лет можно взять кредит при условии, что ежегодные платежи были не более 350000 рублей?

Решение: Очевидно, что наименьший срок кредитования сложится при условии ежегодной выплаты максимальной выплаты, т.е. 350000 рублей.

1. $S_1^0 = S + 0,1 * S - X = 1300000 + 130000 - 350000 = 1080000$
2. $S_2^0 = S_1^0 + 0,1 * S_1^0 - X = 1080000 + 108000 - 350000 = 838000$
3. $S_3^0 = S_2^0 + 0,1 * S_2^0 - X = 838000 + 83800 - 350000 = 571800$
4. $S_4^0 = S_3^0 + 0,1 * S_3^0 - X = 571800 + 57180 - 350000 = 279980$

И, следовательно, на пятый год кредитования оставшаяся сумма погасится полностью.

Ответ: 5

Задача №3.2

В июле планируется взять кредит на сумму 16 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 25% по сравнению с предыдущего года;
- С февраля по июнь каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- В июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года.

На сколько лет планируется взять кредит, если известно, что выплаченная за весь срок кредитования сумма выплат составит 38 млн. рублей?

Решение:

Пусть кредит взят на N лет. Тогда ежегодно равномерно выплачиваемая сумма равна $\frac{16}{N}$.

Тогда сумма полного погашения складывается из:

$$S_{\text{вып}} = S + 0,25 * \frac{16}{N} * (N + (N-1) + (N-2) + \dots + 1) = 16 + 0,25 * \frac{16}{N} * \left(\frac{N+1}{2}\right) * N$$

$$38 = 16 + 2 * N + 2. \text{ Следовательно, } N = 10$$

Ответ: 10

4 тип. Применение задач с помощью математического анализа.

Задача №4.1

Зависимость объема Q (в шт) купленного у фирмы товара от цены P (руб за шт) выражается формулой: $Q = 15000 - P$, где $1000 \leq P \leq 15000$. Доход от продажи товара составляет $Q * P$ рублей. Затраты на производство Q единиц товара составляют $3000 * Q + 5000000$. Прибыль равна разности дохода от продажи товара и затрат на его производство. Стремясь привлечь внимание покупателей, фирма уменьшила цену

продукции на 20%, однако ее прибыль не изменилась. На сколько процентов следует увеличить сниженную цену, чтобы добиться наибольшей прибыли?

Решение:

Пусть D - доход от продажи, r -искомый процент увеличения сниженной цены, Z - затраты на производство, Y - предполагаемая прибыль, P - цена товара, Q - объем закупленного товара.

Тогда прибыль равна $Y=D-Z=P*Q-3000*Q-5000000=P(15000-P)-3000*(15000-P)-5000000=(15000-P)(P-3000)+5000000$. Нам необходимо узнать первоначальную цену. Ее будем искать из условия, что прибыль не изменяется при снижении цены на 20%. Тогда $Y=Y_{сн}$ и потому $(15000-P)(P-3000)+5000000=(15000-0,8*P)(0,8*P-3000)+5000000$. Произведя необходимые вычисления, получим: $0,36*P=3600$ и $P=10000$ рублей.

Теперь повысив цену $P_{сн}$ на $r\%$, получим:

$Y_{сн}^{пов}=(15000-0,8*(1+\frac{r}{100})*P)(0,8*(1+\frac{r}{100})*P-3000)-5000000$. Произведя вычисления, получим $Y_{сн}^{пов}=(15000-0,8*(1+\frac{r}{100})*P)(0,8*(1+\frac{r}{100})*P-3000)-5000000$

Так как P - переменная величина ($1000 \leq P \leq 15000$), то прибыль $Y_{сн}^{пов}$ рассмотрим как функцию от переменной P и получим: $Y_{сн}^{пов}(P)=(15000-0,8*(1+\frac{r}{100})*10000)(0,8*(1+\frac{r}{100})*10000-3000)-5000000$. Найдем производную от $Y_{сн}^{пов}(P)$:

$$(Y_{сн}^{пов}(P))' = (-0,8*(1+\frac{r}{100})*10000)(0,8*(1+\frac{r}{100})*10000-3000) + (15000-0,8*(1+\frac{r}{100})*10000)*0,8*(1+\frac{r}{100})*10000. \quad (Y_{сн}^{пов}(P))' \stackrel{!}{=} 0$$

$15000-0,8*(1+\frac{r}{100})*10000 - 0,8*(1+\frac{r}{100})*10000+3000=0$. Разделив обе части на 1000, получим: $18-1,6*(1+\frac{r}{100})*10=0$. Произведя вычисления, получим: $200=16*r$. Отсюда, $r=12,5\%$

Ответ: 12,5

Задача №4.2

Строительство нового завода стоит 75 млн. рублей. Затраты на X тыс. единиц продукции на таком заводе равны $0,5*X^2+X+7$ млн. рублей в год. Если продукцию завода продать по цене P тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн. руб) за один год составит $P*X-(0,5*X^2+X+7)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении P строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

Решение:

Пусть $Y=P*X-(0,5*X^2+X+7)$. Следовательно, $P*X=25+0,5*X^2+X+7$. Тогда $P=(32+0,5*X^2+X)/X$. Рассмотрев цену продукцию как функцию от затрат X , получим:

$$P(X)=(32+0,5*X^2+X)/X. \quad \text{Тогда } (P(X))' = ((X+1)*X-(32+0,5*X^2+X)*1)/X^2. \quad (P(X))' = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$(X+1)*X-(32+0,5*X^2+X)=0$. Следовательно, $0,5*X^2=32$. Очевидно, что $X=8$ тыс. ед

Вычислим $P=(32+0,5*64+8)/8=9$ тыс. рублей.

Ответ: 9

Задачи для самостоятельного решения

Типы экономических задач:

- I. *Нахождение суммы кредита.*
- II. *Вычисление процентной ставки по кредиту*
- III. *Нахождение количества лет выплаты кредита(срока кредитования)*
- IV. *Применение математического анализа при решении экономических задач*
- V. *Нахождение ежегодного транша.*
- VI. *Другие задачи*

Предлагаю Вам самостоятельно:

1. Определить тип задачи и выбрать метод решения
2. Построение математической модели и получение результата.

1. 1 июня 2013 года Всеволод Ярославович взял в банке 900000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Всеволод Ярославович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Всеволод Ярославович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 300000 рублей?

2. Алексей приобрёл ценную бумагу за 8 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 1 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 8%. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через двадцать пять лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

3. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы: — 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

4. 31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

5. Савелий хочет взять в кредит 1,4 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента

10% годовых. На какое минимальное количество лет может Савелий взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 330 тысяч рублей?

6. Алексей взял кредит в банке на срок 12 месяцев. По договору Алексей должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется $r\%$ этой суммы и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная Алексею банку за весь срок кредитования, оказалась на 13% больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите r .

7. 15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы: — 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

8. Известно, что вклад, находящийся в банке с начала года, возрастает к концу года на определённый процент, свой для каждого банка. В начале года Степан положил 60% некоторой суммы денег в первый банк, а оставшуюся часть суммы во второй банк. К концу года сумма этих вкладов стала равна 590 000 руб., а к концу следующего года 701 000 руб. Если бы Степан первоначально положил 60% своей суммы во второй банк, а оставшуюся часть в первый, то по истечении одного года сумма вкладов стала бы равной 610 000 руб. Какова была бы сумма вкладов в этом случае к концу второго года?

9. Гражданин Петров по случаю рождения сына открыл 1 сентября 2008 года в банке счёт, на который он ежегодно кладёт 1000 рублей. По условиям вклада банк ежегодно начисляет 20% на сумму, находящуюся на счёте. Через 6 лет у гражданина Петрова родилась дочь, и 1 сентября 2014 года он открыл в другом банке счёт, на который ежегодно кладёт по 2200 рублей, а банк начисляет 44% в год. В каком году после очередного пополнения суммы вкладов сравняются, если деньги со счетов не снимают?

10. В начале года $5/6$ некоторой суммы денег вложили в банк А, а то, что осталось — в банк Б. Если вклад находится в банке с начала года, то к концу года он возрастает на определённый процент, величина которого зависит от банка. Известно, что к концу первого года сумма вкладов стала равна 670 у.е., к концу следующего — 749 у.е. Если первоначально $5/6$ суммы было бы вложено в банк Б, а оставшуюся вложили бы в банк А, то по истечении одного года сумма выросла бы до 710 у.е. Определите сумму вкладов по истечении второго года в этом случае.

11. Алексей взял кредит в банке на срок 17 месяцев. По договору Алексей должен вернуть кредит ежемесячными платежами. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется $r\%$ этой суммы и своим ежемесячным платежом Алексей погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц (на практике такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Известно, что общая сумма, выплаченная

Алексеем банку за весь срок кредитования, оказалась на 27 % больше, чем сумма, взятая им в кредит. Найдите r .

12. Баба Валя, накопив часть своей пенсии, решила улучшить свое материальное положение. Она узнала, что в Сбербанке от пенсионеров принимают вклады под определенный процент годовых и на этих условиях внесла свои сбережения в ближайшее отделение Сбербанка. Но через некоторое время соседка ей рассказала, что недалеко от той местности, где проживают пенсионеры, есть коммерческий банк, в котором процент годовых для пенсионеров-вкладчиков в 20 раз выше, чем в Сбербанке. Баба Валя не доверяла коммерческим банкам, но стремление улучшить свое материальное положение взяло верх. После долгих колебаний и ровно через год после открытия счета в Сбербанке Баба Валя сняла половину образовавшейся суммы от ее вклада, заявив: «Такой навар меня не устраивает!» И открыла счет в том коммерческом банке, о котором говорила ее соседка, не теряя надежды на значительное улучшение своего материального благосостояния.

Надежды оправдались: через год сумма Бабы Вали в коммерческом банке превысила ее первоначальные кровные сбережения на 65%. Сожалела Баба Валя, что год назад в Сбербанке сняла не всю сумму, а лишь половину, однако, подумала: «А где же мы не теряли?..»

Гендиректор коммерческого банка оказался хорошим: не оставил Бабу Валю без навара!

А каков в Сбербанке процент годовых для пенсионеров?

13. Банк под определенный процент принял некоторую сумму. Через год четверть накопленной суммы была снята со счета. Банк увеличил процент годовых на 40 процентных пунктов (то есть увеличил ставку $a\%$ до $(a + 40)\%$). К концу следующего года накопленная сумма в 1,44 раза превысила первоначальный вклад. Каков процент новых годовых?

14. 15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

15. В 1-е классы поступает 45 человек: 20 мальчиков и 25 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом - 23. После распределения посчитали процент девочек в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

16. Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 200 рублей.

Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

17. В 1-е классы поступает 43 человека: 23 мальчика и 20 девочек. Их распределили по двум классам: в одном должно получиться 22 человека, а в другом ? 21. После распределения посчитали процент мальчиков в каждом классе и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение по классам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

18. 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

19. 1 января 2015 года Павел Витальевич взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел Витальевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Павел Витальевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 125 тыс. рублей?

20. Консервный завод выпускает фруктовые компоты в двух видах тары — стеклянной и жестяной. Производственные мощности завода позволяют выпускать в день 90 центнеров компотов в стеклянной таре или 80 центнеров в жестяной таре. Для выполнения условий ассортимента, которые предъявляются торговыми сетями, продукции в каждом из видов тары должно быть выпущено не менее 20 центнеров. В таблице приведены себестоимость и отпускная цена завода за 1 центнер продукции для обоих видов тары.

Вид тары	Себестоимость, Отпускная цена,	
	1 ц.	1 ц.
стеклянная	1500 руб.	2100 руб.
жестяная	1100 руб.	1750 руб.

Предполагая, что вся продукция завода находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль завода за один день (прибылью называется разница между отпускной стоимостью всей продукции и её себестоимостью).

21. 31 декабря 2014 года Ярослав взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Ярослав переводит в банк 2 132 325 рублей. Какую сумму взял Ярослав в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

22. Два брокера купили акции одного достоинства на сумму 3640 р. Когда цена на эти акции возросла, они продали часть акций на сумму 3927 р. Первый брокер продал 75% своих акций, а второй 80% своих. При этом сумма от продажи акций, полученная вторым брокером, на 140% превысила сумму, полученную первым брокером. На сколько процентов возросла цена одной акции?

23. Оля хочет взять в кредит 1 200 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента

10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 320 000 рублей?

24. 31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

25. Сергей взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Сергеем банку (сверх кредита)?

26. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

27. Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?

28. Оля хочет взять в кредит 100 000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10 % годовых. На какое минимальное количество лет может Оля взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24000 рублей?

29. 1 января 2015 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 275 тыс. рублей?

30. 31 декабря 2014 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на $a\%$), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?