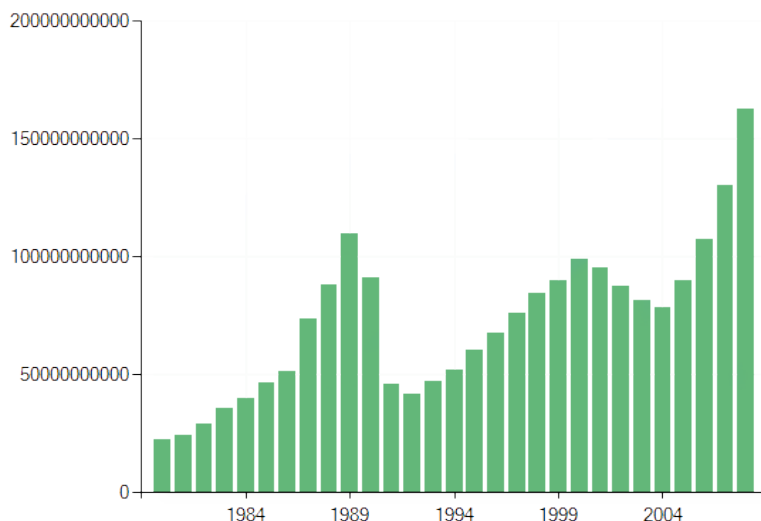


1. Цена билета на одну поездку в московском метро на 15 мая 1998 года составляла 2 рубля, а на 15 мая 2008 года 19 рублей. На сколько процентов поднялась за эти десять лет цена билета на одну поездку?

2. На графике показан ВВП Египта в долларах США по годам. Сколько лет за период с 1991-го по 2001-й годы включительно наблюдался спад ВВП Египта по отношению к предыдущему году?



3. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если его вершины имеют координаты $A(1; 1)$, $B(-3; 2)$, $C(3; 1)$ и $D(2; -2)$.

4. Признанный сердцеед Хуан Гарсия Санчес Веласкес де Кабрал каждый вечер играет на гитаре под окном неприступной красавицы Сесилии Кончиты Сантамарии Гальего. Вероятность того, что она в знак любви бросит ему красную розу, равна 0,1 в отдельно взятый вечер. Какие шансы, что Хуан Гарсия Санчес Веласкес де Кабрал завоюет сердце Сесилии Кончиты Сантамарии Гальего, если её соседи согласны терпеть его брэнчание только четыре вечера?

5. Решить уравнение $9^{3-x} = 27^{x+1}$.

6. В треугольнике ABC угол $C = 90^\circ$, $AC = 14$, $AB = 50$. Найти расстояние между точкой C и прямой AB .

7. Прямая $y = ax$ является касательной к графику функции $y = x^2 + 1$, причем абсцисса точки касания меньше нуля. Найдите значение a .

8. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка E — середина ребра AB , боковое ребро SC равно 4, длина отрезка SE равна $\sqrt{10}$. Найти объем пирамиды $SABCD$.

9. Найдите $\sin \alpha$, если известно, что $\operatorname{ctg} \alpha = -0,75$ и $2\pi < \alpha < 3\pi$.

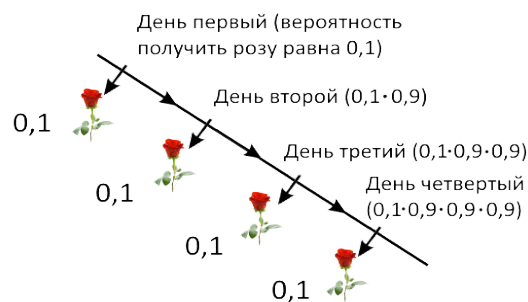
10. Дальность полета L мяча, брошенного под углом α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) к горизонту, зависит от начальной скорости V_0 и угла α по закону $L = 0,1 \cdot V_0^2 \cdot \sin 2\alpha$, где L измеряется в метрах, а V_0 в метрах в секунду. Определить, при каком максимальном значении α дальность полета будет не меньше 5 метров, если начальная скорость мяча составляет 10 метров в секунду. Ответ дать в градусах.

11. Иванов, Петров и Сидоров работают малярами. Иванов и Петров вдвоем покрасят один забор за 40 минут рабочего времени, Иванов и Сидоров вдвоем покрасят один забор за 50 минут рабочего времени, все три маляра вместе покрасят 17 заборов за 10 часов рабочего времени. Сколько заборов покрасят за 10 часов рабочего времени вдвоем Петров и Сидоров?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + \frac{243}{x}$ на отрезке $[2; 4]$.

Ответы

- В рублях прибавка составила 17 рублей, то есть сумму, в 8,5 раз большую, чем 2 рубля. Значит, в процентах прибавка составила 850%
- ВВП в каждом конкретном году обозначен прямоугольником на диаграмме. Что же значит «спад по отношению к предыдущему году»? Это значит, что соответствующий году прямоугольник ниже, чем предыдущий. В период с 1991 по 2001 год таких было три, соответствующих 1991, 1992 и 2001 год.
- Проверьте, как вы соединили вершины четырехугольника. Они должны быть соединены по порядку: **ABCD**. Полученный невыпуклый четырехугольник разбиваем на треугольники **ABC** и **ACD**. Основание этих треугольников – **AC** – равно **2**, а высоты соответственно **1** и **3**. Итак, площадь **ABCD** есть **$1 + 3 = 4$** .
- Правильный ответ: 0,3439** Вероятность получить красную розу в знак любви в отдельно взятый вечер равна **0,1**. Хуан Гарсия (если ему повезет!) может получить ее в первый вечер, во второй, в третий или в четвертый, причем вероятности каждого из этих событий разные. В первый вечер: вероятность получить красную розу равна **0,1**. Во второй вечер: **$0,9 \cdot 0,1$** – поскольку с вероятностью **0,9** Хуан Гарсия во второй вечер вообще оказался под окном Сесилии Кончиты. В третий вечер: **$0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1$** . В четвертый вечер: **$0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1$** . Итак, вероятность для Хуана Гарсии завоевать сердце Сесилии Кончиты Сантамарии Гальего равна **$0,1 + 0,9 \cdot 0,1 + 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 + 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,3439$** .



- Правильный ответ: 0,6**
- Правильный ответ: 13,44** Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, опущенного из точки на прямую. По теореме Пифагора находим **BC = 48**, далее выражаем площадь **ABC** двумя способами: как половина произведения катетов и как половина произведения **AB** на искомый отрезок (высоту, проведенную к гипотенузе). Итак, нужное расстояние есть **$14 \cdot 48 / 50 = 13,44$** .

Правильный ответ: -2 Запишем, при каких условиях прямая **$y = kx + b$** является касательной к графику функции **$y = f(x)$** в точке **x_0** : **$\begin{cases} f(x) = kx + b, \\ f'(x) = k. \end{cases}$**

Условия касания прямой **$y = ax$** и параболы **$x^2 + 1$** в точке с абсциссой **x_0** выглядят так:

$$\begin{cases} a = 2x_0, \\ ax_0 = x_0^2 + 1. \end{cases}$$

Решая эту систему и принимая во внимание, что **$x_0 < 0$** , имеем **$a = -2$** .

- Правильный ответ: 16** Найдем сначала сторону основания пирамиды. По теореме Пифагора для треугольника **SAE** получаем, что **$AE = \sqrt{6}$** , соответственно, сторона основания пирамиды

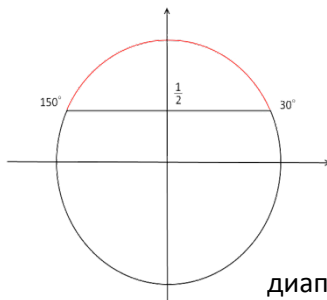
есть $2\sqrt{6}$. Если обозначить центр основания за H , то высоту пирамиды SH найдем по теореме Пифагора для треугольника SHE — она равна 2 . Применяя формулу для объема пирамиды, получаем ответ: 16 .

9. **Правильный ответ: 0,8** Наш угол лежит во второй четверти, значит, его синус положителен. Пользуясь формулой $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1$, находим ответ: $0,8$.

Правильный ответ: 75 Подставив значения величин в формулу для дальности полета, получим неравенство: $\sin 2\alpha \geq \frac{1}{2}$ Как решить такое неравенство? Ошибка, которую многие допускают, — «превращают» его в уравнение (и получают неверный ответ $\alpha = 15$ градусов) Правильно будет воспользоваться тригонометрическим кругом (или же графиком функции $y = \sin 2\alpha$).

Обозначим $2\alpha = t$,

$$\sin t \geq \frac{1}{2}$$



10. Отсюда с учетом возможного диапазона угла α получаем $\alpha (30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ)$. Значит, максимальное значение α равно 75 градусов.

11. **Правильный ответ: 7** Для правильного решения этой задачи обозначьте производительности Иванова, Петрова и Сидорова за x , y и z и составьте систему уравнений. Время удобнее выразить в часах. Иванов и Петров за час покрасят полтора забора, а все три маляра вместе $1,7$ забора. Значит, один Сидоров за час покрасит $0,2$ забора. Поскольку вместе с Ивановым Сидоров за час покрасит $1,2$ забора, в одиночку Иванов справится за час ровно с одним забором. Значит, Петров за час красит $0,5$ забора. Итак, Петров и Сидоров за час красят $0,7$ заборов, то есть 7 заборов за 10 часов.

Правильный ответ: 129,5 Наибольшее значение функции на отрезке достигается либо в точке максимума, либо на концах отрезка.

Производная нашей функции есть $3x^2 - \frac{243}{x^2}$. Анализируя интервалы знакопостоянства производной, приходим к выводу, что y убывает на $[2; 3]$ и возрастает на $[3; 4]$, и это значит, что точек максимума на данном отрезке нет.

Значит, наибольшее значение y на $[2; 4]$ достигается либо при $x = 2$, либо при $x = 4$. Расчет показывает, что $y(2) > y(4)$.

12.